9394

II

III 6

1

Teorya krytyczna

O E Meyer $\eta = 0{,}30967\, \rho \Omega \lambda$

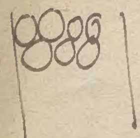
Couran

=

Loschmidt 1865

$p = \frac{\rho c^2}{3} = \frac{\pi \rho \Omega^2}{8}$

$\Omega = \sqrt{\frac{8p}{3\pi}}$



$1 : n\pi \frac{\sigma^3}{6}$ ~~liquid~~ $= \kappa = \rho_g : \rho_l$

$\sigma = 6\sqrt{2}\, \kappa \lambda$

	η	λ	$10^7 \sigma$	σ v. d. W. $10^7 \sigma$	Clausius Mossotti $k = \frac{1+2g}{1-g}$ Dorn
H_2	0·000084	0·0000178	3·06	0·40	0·74
CH_4	106	80	1·81		0·23
O_2	191	102	1·57	} 0·80	0·16
N_2	167	95	1·70		
CO_2	145	65	1·62	0·63	0·18
Cl_2	128	46	1·17		

Eun !

~~4·60~~ ~~4·67~~ 4·81

~~N = 2~~ O E Meyer $\sigma = 2 . 10^{-8}$

$N = 61 . 10^{19}$

Jeans aktuelle

J J Thomson $3{,}6 . 10^{-19}$

HAWilson 4·0

Townsend 4·1

} $4{,}0 . 10^{19}$

$\frac{9540 . 3 . 10^{10}}{3 . 10^{-10}}$

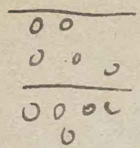
$= 9{,}54 . 10^{23}$ ||| 1 gr H_2

$\frac{9{,}54 . 10^{23} . 0{,}00009}{2}$

	$\frac{1}{2}\sigma . 10^8$ Opt.	Kros.
H_2	1·025	1·04
CH_4		
O_2		1·40
N_2	1·56	1·45
CO_2	1·50	1·74
Cl_2		2·06

Perrin $3{,}17 . 10^{19}$

Millikan 2·67



blone pol (?) ... — ... ... (?)

$$dp = -n(\Delta-\delta)g\,dy\,\varphi$$

$$p = \frac{n}{v} HT \qquad \frac{dn}{n} =$$

$$\cancel{\ldots}\int\frac{d\varphi}{\varphi} = -k\,\frac{\Delta-\delta}{\Delta}\,g\,\frac{y}{RT}$$

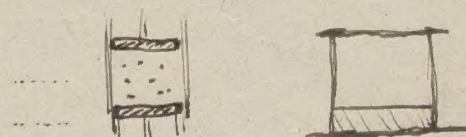
$$p = \frac{RT}{\cancel{V}}$$

$$= n\frac{HT}{V} = \frac{n\mu}{V}RT = n\Delta\varphi\,RT$$

$$\varphi = \varphi_0\, e^{-\frac{\Delta-\delta}{\Delta}\frac{g\,y}{RT}}$$

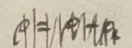
$$R = \frac{H}{\mu}$$

Tak ... ... !



$$\cancel{dp_1 = -(\rho_1-\rho)\,g\,dy}$$

$$\cancel{dp_2 = -(\rho_2-\rho)\,g\,dy}$$



$$dp_1 = v_1(\rho_1-\rho)$$

$$\rho_1 < \rho < \rho_2 \qquad \frac{\rho_1}{\rho_2} = c$$

$$\cancel{dp_2 = +\rho\,g\,dy}$$

$$\cancel{dp_2 = \rho_1 g\,dy}$$

$$p = p_1 + p_2$$

$$= R_1\rho_1\theta + R_2\rho_2\theta \qquad \rho = \rho_1+\rho_2$$

$$\frac{p_1}{p} = c_1 \quad \text{...} \qquad \frac{p_2}{p} = c_2$$

tak ... ... $p_1 = p_2$

$$dp_1 = \left[-\rho_1 + \frac{p_1}{p}\rho\right]g\,dy = -\rho_1 + \frac{R_1\rho_1(\rho_1+\rho_2)}{R_1\rho_1+R_2\rho_2} = \frac{(R_1-R_2)\rho_1\rho_2}{R_1\rho_1+R_2\rho_2}\,g\,dy = R_1\,d\rho_1$$

$$dp_2 = \left[-\rho_2 + \frac{p_2}{p}\rho\right]dy$$

$$dp = \cancel{\ldots}\;0$$

Gummigutt $1'205$

Dagbrowdat

1880	1880	} 6μ Radius $a = 0'52\,\mu$ $\rho = 1'063$
940	995	
530	528	
205	280	

$$\cancel{4}\ 6 \cdot 10^{-4} : 6 \cdot 10^{5} = \frac{4}{3}\pi (0'52)^3 \cdot 10^{-12} \cdot 0'063 : \mu \text{ pos.}$$

$$\mu = \frac{\cancel{6} \cdot 10^{-9}}{\cancel{6 \cdot 10^{5}}} \underbrace{\cancel{\frac{4}{3}\pi}\ 0'13}_{0'5} \cdot 10^{-12} \cdot 0'063$$

$$= 3'3 \cdot 10^{-23}$$

$$N = \frac{0'0013}{\mu} = \frac{0'0013}{3'3 \cdot 10^{-23}} = 9 \cdot 10^{+19}$$

Wykłane ustępy z tegoż działu   Z nowego punktu widzenia

I Liczba i rozmiary cząsteczek i atomów

~~[illegible]~~ Ze zjawisk które to tego stwierdzają, na odwrót

Różne kategorie 1). zgadzany stan skup.

2). Krystalografia $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

3) Dalton

Co cząsteczka, co atom

pierwszy | cząsteczki Avogadro $2H + 2Cl = 2HCl$

zważone pary

$2(H_2 + O = H_2O)$

Kryształ chlorek $\frac{n'}{n} = \frac{T_1 - T_0}{AHT^2}$

Benzol $2(C_6H_6) + 9O_2 = 6H_2O + 12CO_2$

przemiana termodynamiczna Prawidło równowagi termodynamicznej

$M\ddot{X} = m\ddot{x} = P$

$\sum M \Delta C = \sum m \Delta c = \int P dt = R\theta\rho$

$= 2m n_{\xi_+} \xi_+^2 = m n \overline{\xi^2}$

$= \frac{m n \overline{c^2}}{3} = \rho \frac{\overline{c^2}}{3} = R\theta\rho$

$\overline{c^2} = 3R\theta$

tak samo V. d. W. $p + \frac{a}{v^2} = \frac{R\theta}{v-b}$ $\Big\| \frac{b}{v} = 4n \frac{4}{3}\pi r^3$

tak samo ciepło właściwe $E = n\frac{m\overline{c^2}}{2}(1+\beta) = \rho\frac{\overline{c^2}}{2}(1+\beta) = \frac{3}{2}R\theta\rho(1+\beta)$

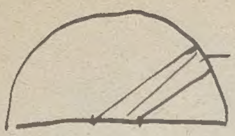
$c_v = \frac{\partial E}{\partial \theta} = \frac{3}{2}R(1+\beta)$

$c_p = c_v + R = c_v(k-1)$

więc tak dalece możliwy był ścisły dowód o cząsteczkach

Nieodwracalne procesy $\lambda = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\, n\sigma^2}$

[illegible] $\frac{\ldots}{\ldots}\frac{\partial u}{\partial y}$



$$\frac{\int \cos^2\varphi \sin\varphi \, d\varphi}{\int \sin\varphi \, d\varphi} = \frac{1}{3}$$

$$e^{-\frac{gy}{RT}} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{gy}{RT} = {}^e\!\log\frac{1}{2} = -\,{}^e\!\log 2$$

$$y = \frac{RT}{g}\;{}^e\!\log 2$$

$$= \frac{76.\,13{\cdot}6.}{0{\cdot}00129} \cdot 0{\cdot}694$$

$$= 8000\,\text{m} \cdot 0{\cdot}694$$

$$\underline{\underline{5550\,\text{m}}}$$

$$\begin{array}{r} 0{\cdot}30103 \,.\, 2{\cdot}306 \\ \hline 60206 \\ 903 \\ 18 \\ \hline 0{\cdot}6941\,. \end{array}$$

$$R\theta = \frac{p}{\rho} = \frac{76.\,13{\cdot}6\; g}{0{\cdot}00129}$$

Ultramicroscopy

negligible $n > 7.10^{18}$

$$h = \frac{32\pi^3(n-1)^2}{4n\lambda^4} = \frac{32}{3}\pi^3 N \Gamma^2 \frac{\varepsilon^2}{\lambda^4}$$

$K = \frac{1+2g}{1-g}$

$g = \frac{K-1}{K+2}$

Dorn 10^{-8} . 1·16 Air

1·14 H_2

H_2SO_4 6·9

CH_4 2·3

σ: Air $\sigma = 8 \cdot 10^{-8}$

CO_2 6·3

H_2 4·0

Planck $e = 4.69 \cdot 10^{-10}$

$n = 2.76 \cdot 10^{19}$

Trans perpetuary $\lambda = \frac{1.255}{\sqrt{2}\pi N \sigma^2}$

$\mu = 0.350$ poise

$K = 1.6027$ cm

$D = 1.34 \frac{\mu}{\rho}$

Ionic charge $e =$ 3·4 / 3·1 / 3·0 $\cdot 10^{-10}$ (cst)

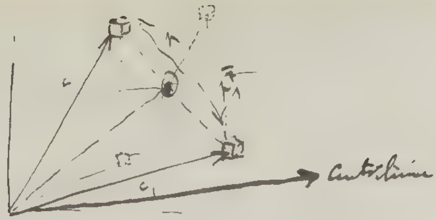
$$\frac{96540 . 0.00008952 . 10^{-1} \, 3.10^{10}}{3.2 \, 10^{-10}} \neq 2.8 \cdot 10^{20}$$

$3.8 \cdot 10^{20}$

$n = 4.0 \cdot 10^{19}$

$1 = \frac{(N\sigma^2)^3}{(N\sigma^3)^2}$ $\frac{(\frac{1}{\lambda})^3}{(b)^2}$

$\sigma =$	air	H_2	He	H_2O	A	CO_2	CH_3Cl	[illegible]
	2·84	2·03	1·81	3·39	2·79	3·36	4·68	4·11


Centre line

[illegible] wzór $p = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{(\frac{n}{2}-m)^2}{2n}}$

$$p(2h) = \sqrt{\frac{2}{n\pi}}\, e^{-\frac{2h^2}{n}}$$

$$p(h) = \sqrt{\frac{2}{n\pi}}\, e^{-\frac{h^2}{2n}}$$

$$\frac{h}{n} = x \qquad \frac{1}{n} = dx$$

$$\sum_{h=0}^{\infty} p(h) = \sqrt{\frac{2}{n\pi}} \sum_{h} e^{-\frac{h^2}{2n}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}\, n \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{nx^2}{2}}\, dx \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2}\, dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$= n\sqrt{\frac{2}{n\pi}}\; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{n}} = 1 \quad \text{stimmt}$$

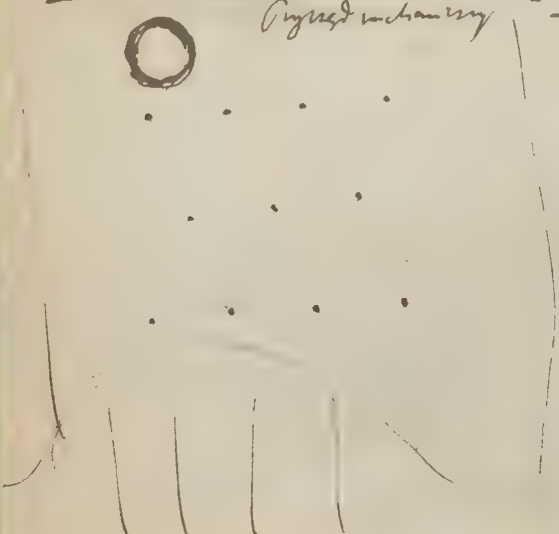
$$\bar{h} = \sqrt{\frac{n}{2\pi}}\, n \int_0^{\infty} e^{-\frac{nx^2}{2}}\, x\, dx = \sqrt{\frac{n}{2\pi}} = \text{odchyl. średnie}$$

$$\sum_{\alpha=1} \frac{(\alpha+\beta)!}{\alpha!\,\beta!} = 2^n = \sum_{\alpha=0}^{n} \frac{n!}{\alpha!\,(n-\alpha)!}$$

$$(1+1)^n = 1^n + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{\alpha} + \dots + 1^n$$

$$= \frac{n(n-1)\dots(n-\alpha+1)\,[(n-\alpha)\dots 3\cdot 2\cdot 1]}{1\cdot 2 \dots \alpha \qquad 1\cdot 2\cdot 3 \dots (n-\alpha)}$$

Przyrząd mechaniczny



$$\log N.. = \frac{n+m}{2}\left[\log n + \log\left(1+\frac{m}{n}\right)\right] + \frac{n-m}{2}\left[\log n + \log\left(1-\frac{m}{n}\right)\right]$$

$$= n \log n + \frac{1}{2} n \underbrace{\left[\log\left(1+\frac{m}{n}\right) + \log\left(1-\frac{m}{n}\right)\right]}_{\frac{m}{n} - \frac{1}{2}\frac{m^2}{n^2} - \frac{m}{n} - \frac{m^2}{2n^2}} + \cancel{\frac{m}{2}\left[\log\left(1+\frac{m}{n}\right) - \log\left(1-\frac{m}{n}\right)\right]}$$

$$-\frac{m^2}{2n}$$

$$\log \alpha! = \left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\log \alpha - \alpha + \frac{1}{2}\log(2\pi)$$

$$p(m) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{n}{n^2-m^2}}$$

$$\log p(m) = \left(n+\frac{1}{2}\right)\log n - \frac{n+m}{2}\log\frac{n+m}{2} - \frac{n-m}{2}\log\frac{n-m}{2} + \frac{1}{2}\log\frac{n^2-m^2}{4} - \log\sqrt{2\pi} - n\log 2$$

$$\cancel{\sum_{-\infty}^{+\infty} m\, p(m)}$$

$$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_{0}^{n} m\, p(m) = \frac{1}{\sqrt{\pi n}}\sum_{m=0}^{n}\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n}{m}\right)^2-1}} \qquad \frac{m}{n} = x \qquad \frac{1}{n} = dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi n}}\;\frac{1}{\frac{1}{x^2}-1}$$

$$\alpha = \frac{n}{2}+h \qquad \beta = \frac{n}{2}-h \qquad \alpha! = \left(\frac{\alpha}{e}\right)^{\alpha}\sqrt{2\alpha\pi}$$

$$p(\alpha-\beta) = \frac{n!}{\left(\frac{n}{2}+h\right)!\left(\frac{n}{2}-h\right)!}\;\frac{1}{2^n}$$

$$= \frac{n^n}{\left(\frac{n}{2}+h\right)^{\frac{n}{2}+h}\left(\frac{n}{2}-h\right)^{\frac{n}{2}-h}}\;\frac{\sqrt{2n\pi}}{\sqrt{\frac{n^2}{4}-h^2}\cdot\pi}\;\frac{1}{2^n} = \left(\frac{\frac{n}{2}-h}{\frac{n}{2}+h}\right)^{h}\frac{1}{\left[1-\left(\frac{2h}{n}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}}}\sqrt{\frac{2n}{(n^2-4h^2)\pi}}$$

$$= \left[\frac{1-\frac{2h}{n}}{1+\frac{2h}{n}}\right]^{h}\frac{1}{\left[1-\left(\frac{2h}{n}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}}}\sqrt{\frac{2n}{(n^2-4h^2)\pi}} \neq \cancel{[\ldots]} \qquad -\frac{m^2}{2n}$$

$\frac{4h^2}{n^2} = \delta$

$\frac{n}{2}\frac{n}{2h^2}$ $\frac{2h^2}{n}$

$$= \underbrace{\left[1-\frac{4h}{n}\right]^{\frac{h^2}{n}\cdot\frac{n}{4h}}}_{e^{-\frac{4h^2}{n}}}\underbrace{\left[1+\left(\frac{2h}{n}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}}_{e^{\frac{2h^2}{n}}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}} = \sqrt{\frac{2}{n\pi}}\,e^{-\frac{2h^2}{n}} = \sqrt{\frac{2}{n\pi}}\,e^{-\frac{m^2}{2n}}$$

Metoda termodynamiki, fenomenologia, Mach Ostwald Boltzmann

Atomistyka, Lucretius, Demokrytos, Arystoteles

Dalton 1805 Avogadro 1811 i Ampère, Zachowanie energii

Clausius Maxwell prawdopodobieństwo Boltzmann

dla przypadkowości

Prawo wielkich liczb: prawdopodobieństwo że z różnych możliwych wypadków każdy zdarzy się mniej

więcej tyle razy ile odpowiada prawdopodobieństwu.

Kostka $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$. $p + q = 1$

Prawdopod. jednego albo drugiego z dwóch przypadków wyklucz. $\frac{n_a}{n} + \frac{n_b}{n} = \frac{n_a+n_b}{n}$

jednego i drugiego

—

Przykłady: prawdop. pierwszego razu 1 drugiego razu 1

to samo co 1, 2

1, 3

—

błędna zasada stawiać na to co nie wyszło

rzuty reszki r r r r r $= \left(\frac{1}{2}\right)^5$

Tak samo ułożenie jak r r r r r =

[illegible]

a b razy ; jednakowe prawdop. $n =$

jak często

+ + + + +	+	−	I
+ + + + −	+ +	− +	II
+ − + + +	+ −	− −	
+ + − + +	+ + +	− + +	III
− + + + +	+ + −	− + −	
+ + + − +	+ − +	− − +	
	+ − −	− − −	

liczba przypadków możliwych ~~...~~ 2^n

takich przypadków gdzie $+\alpha$ $-\beta$ razy wypadło

jeśli $\alpha+\beta$ osobników, mogą tworzyć $(\alpha+\beta)!$ permutacyj ; o ile jednak wszystkie α osobniki między sobą i wszystkie β między sobą uważamy za równe, liczba różnych kombinacyj będzie $\frac{(\alpha+\beta)!}{\alpha!\,\beta!}$

więc prawdop. liczby ~~$\alpha-\beta$~~ $\alpha-\beta$:

$$p(\alpha-\beta) = \frac{(\alpha+\beta)!}{\alpha!\,\beta!}\,\frac{1}{2^{\alpha+\beta}}$$

biorę α i β duże

$$\alpha! = \alpha^{\alpha+\frac{1}{2}}\,e^{-\alpha}\sqrt{2\pi}$$

$\alpha+\beta = n$ $\qquad \alpha = \frac{n+m}{2} = n\frac{1+\varepsilon}{2}$

$\alpha-\beta = m$ $\qquad \beta = \frac{n-m}{2}$

$$p(m) = \frac{n!}{\frac{n+m}{2}!\,\frac{n-m}{2}!}\,\frac{1}{2^n}$$

~~$m = n(1+\delta)$~~

$\frac{m}{n}$ małe $\qquad m = \varepsilon n$

$$= \frac{n^n\sqrt{2n\pi}\,\cancel{e^{-n}}}{\left(\frac{n+m}{2}\right)^{\frac{n+m}{2}}\left(\frac{n-m}{2}\right)^{\frac{n-m}{2}}\cancel{e^{-\frac{n+m}{2}-\frac{n-m}{2}}}\sqrt{(2\pi)^2\,\frac{n^2-m^2}{2}}}\;\frac{1}{2^n}$$

$$= \frac{n^n}{(n+m)^{\frac{n+m}{2}}(n-m)^{\frac{n-m}{2}}}\;\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{n}{n^2-m^2}}$$

C = stosunek ~~przyp.~~ sprzyj. : przypadków możliwych, o ile są równie prawdop.

Jakie są równie prawdop.? Albo empiryczne: często powtarzać

Albo ~~ap.~~ w przypadkach apriorycznie jeśli zostaną

dokładnie znane i mierzone

wiadomo że trzecia cyfra parzysta lub nieparzysta

przeciętna wartość trzeciej cyfry = 4·5

~~0 1 2 3 4 5 6 7 8 9~~

„Zależne" przypadki jest inne prawdop. dla b jeśli było przedtem $+a$

inne jeśli było przedtem $-a$

niezależne jest $p_a(b) = p_{-a}(b)$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ y \int_{\frac{a}{\sqrt{2y}}}^{\infty} e^{-z^2} dz - \int y \frac{a}{2\sqrt{2y^3}} e^{-\frac{a^2}{2y}} dy \right\}_0^n$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ n \int_{\frac{a}{\sqrt{2n}}}^{\infty} e^{-z^2} dz - \underbrace{\int_0^n \frac{a}{2\sqrt{2y}} e^{-\frac{a^2}{2y}} dy}_{} \right\}$$

$$\frac{a^2}{2} \int_0^{\frac{a}{\sqrt{2n}}} \frac{e^{-z^2}}{z^2} dz$$

$$\frac{a}{\sqrt{2y}} = \sqrt{z}$$

$$-\frac{a}{2\sqrt{2y^3}} dy = \frac{dz}{2\sqrt{z}} = \cancel{\frac{dz\sqrt{2y}}{2a}}$$

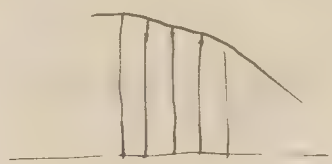
$$\cancel{\frac{a}{2\sqrt{y}} dy = dz \cdot \frac{a^2}{2z}}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{2z}{a^2}$$

$$p(m) = \sqrt{\frac{2}{n\pi}}\, e^{-\frac{m^2}{2n}}$$

$$\alpha + \beta = n$$

$$\alpha - \beta = m$$



$$\sqrt{\frac{2}{n\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{m^2}{2n}}$$

$$\frac{m}{n} = x$$

$$\sum f_1(x_1)(x_2 - x_1) + f_2(x_3 - x_2) + - -$$

$$= \delta x \sum f(x) = \int f(x)\, dx$$

$$e^{-\frac{x^2 n}{2}}$$

$$\cancel{\int e^{-\frac{m^2}{2n}}}$$

$$m = 2\mu$$

$$= \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{2\mu^2}{n}} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{2x^2}{n}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\frac{2}{n}}}$$

$$\sqrt{\frac{2}{n\pi}} \sqrt{\frac{\pi}{\frac{2}{n}}} = 1$$

$$\sqrt{\frac{2}{n\pi}} \int_0^{\frac{m}{2}} e^{-\frac{2x^2}{n}} dx$$

$V = \varphi\,\Delta_1\,\varphi\Delta_2 \ldots$

$\frac{\partial W}{\partial x} = 0 \qquad \partial W =$

$a_1 - x = \Delta$

$\frac{\partial \varphi \Delta_i}{\partial x} = \frac{d\varphi(\Delta_i)}{d\Delta_i}\,\underbrace{\frac{\partial \Delta_i}{\partial x}}_{=-1}$

$x = \frac{a_1 + a_2 + a_n}{n}$

$\underbrace{\frac{1}{\varphi(\Delta_1)}\,\frac{d\varphi(\Delta_1)}{d\Delta_1}}\; + \ldots = 0$

$nx = a \ldots a_n = \Delta_1 + \Delta_2 \ldots \Delta_n$

$f(\Delta_1) + f(\Delta_2) \ldots f(\Delta_n) = 0$

$\Delta_1 + \Delta_2 + \ldots = 0$

$\Delta_n = -[\Delta_1 + \ldots \Delta_{n-1}]$

$f(\Delta_1) + \ldots f(\underbrace{\Delta_1 - \Delta_2 \ldots \Delta_{n-1}}_{\Delta_n}) = 0$

$\frac{\partial}{\partial \Delta_i} \quad \frac{df(\Delta_i)}{d\Delta_i} + \frac{df(\Delta_n)}{d\Delta_n}\,\underbrace{\frac{\partial \Delta_n}{\partial i}}_{=-1} = 0$

$\frac{d\varphi(\Delta_i)}{d(\Delta_i)} = \ldots$

$f'(\Delta_i) = f'(\Delta_n) = f'(\Delta_2) \ldots = \text{const}$

$f(\Delta_i) = C\,\Delta_i + b$

$f(\Delta_1) = C\Delta_1 + b$

$f(\Delta_2) = C\Delta_2 + b$

$\vdots$

$C\Delta_n + b \ldots = 0$

jest 98

Extrakt : $p = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$ $\frac{14}{18}$ $\delta = \frac{31}{18} = 1\frac{2}{9}$

$m = 90$
$n = 5$
k

$\dfrac{\binom{n}{k}}{\binom{m}{k}}$

~~Nominat~~: ~~Dziwne~~

$\cancel{\frac{1}{90} + \frac{1}{89} + \frac{1}{88} + \frac{1}{87} + \frac{1}{86}}$

$\cancel{\frac{89}{90}}$

Nominat $\frac{1}{90}$ 67 $\delta = \frac{23}{90} \neq \frac{1}{4}$

Ambo solo wiele kombinacyj 5 po 2 $\binom{90}{5}$ jedna liczba w jednej kombinacji:

na 5 numerów dwa trafić $\frac{1}{90^2}\left(\frac{89}{90}\right)^3 \frac{5!}{2!\,3!} \neq \frac{5\cdot 4}{1\cdot 2}\,\frac{1}{90}\,\frac{1}{90} = \frac{1}{810}$

$= \frac{1}{1020}$

Albo także tak:

dwa zdarzenia niezależne równocześnie ~~z osobna~~ $\frac{1}{400\cdot 5}$ $\left(\frac{1}{18}\right)^2 = \frac{1}{324}$ $\cancel{\delta = \frac{143}{381}} \neq \frac{1}{3}$ $\delta = \frac{127}{384} \neq$

Terno $\left(\frac{1}{18}\right)^3 =$ ~~...~~

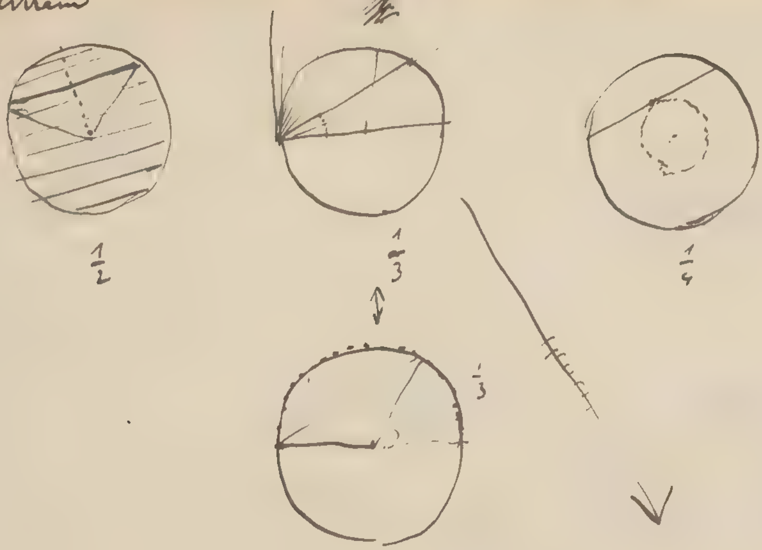
$W = \frac{1}{11770}$ 381. 18 3428 7239 7500 2439 $\delta = \frac{2439}{7239} \neq \frac{1}{3}$ $\frac{5\cdot 4\cdot 3}{90\cdot 89\cdot 88}$ 44. 3 89. 132 267 178 11748

Sterb. metkem $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots \frac{1}{2^n} = S$ $S = 1 - \frac{1}{2^n}$

$1 + \frac{1}{2} + \dots = 2S$

$\frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{2^n}{2^n - 1}$

Bertrand



Gwiazdy, tendencje etc. Ogólne

jednak jest: względnie zależne to znaczy

np. rzucić groch na szachownicę

kupę grochu

przeciwnie: rzucić małe igły magnetyczne

Ściślejszy dowód:

$$M\frac{dC}{dt} = -P + q_1 + q_2 + \dots$$

równe prędkości molekuł

$$\frac{M(C_1 - C_0)}{T} = -P + \frac{1}{T}\sum\int_0^T q\,dt$$

przeciętnie przy równowadze:

$$P = \frac{1}{T}\sum\int^T q\,dt = \frac{1}{T}\left[\int_{t_1}^{t_1+\tau} + \int_{t_2}^{t_2+\tau} + \dots\right]$$

$$m\frac{d\xi}{dt} = -q$$

$$\int_{t_1}^{t_1+\tau} q\,dt = m\,\xi\Big|_{t_1+\tau}^{t_1} = m\xi - (-m\xi) = 2m\xi$$

$$P = \frac{2}{T}\sum m\xi$$

Wiele uderzających podczas 1 sec? | Nie wszystkie N uderzą w ścianę. Tylko warstwa przyległa

~~Wypiszmy kierunki itd.~~

Prędkości ξ otrzymujemy obojętne, tylko ξ wchodzi w rachunek

Rozłóżmy według tego Σ na kategorye

$$P = \frac{2}{T}\, m\left[\nu_1\xi_1 + \nu_2\xi_2 + \dots\right]$$

połowa w kierunku tym a połowa w przeciwnym

$$\nu_1 : \frac{N_1}{2} = \xi_1\,\omega T : V \qquad P = m\frac{\omega}{V}\left[\xi_1^2 N_1 + \xi_2^2 N_2 + \dots\right]$$

Obierzmy jako ω: 1 cm²:

$$pV = Nm\overline{\xi^2} \qquad \| \quad N_1\xi_1^2 + \dots = N\overline{\xi^2}$$

$c_1^2 = \xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2$

$c_2^2 = -$

$$pV = \frac{Nm\bar{c}^2}{3} \qquad p = \rho\frac{c^2}{3}$$

$$pv = \frac{\overset{=1}{N}mc^2}{3} = \frac{c^2}{3} \qquad p = \frac{nmc^2}{3}$$

$c = \sqrt{3}\sqrt{\frac{p}{\rho}}$

powietrze : 485 m

H_2 : 1844

CO_2 : 392

podobny wielkości jak prędkość głosu

$\left(RT = \frac{c^2}{3}\right.$

$\left.c_1 : c_2 = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho}}\right)$

Jeżeli wybrano kilku gazów

$$p = \frac{n_1 m_1 c_1^2}{3} + \frac{n_2 m_2 c_2^2}{3} + \dots$$

$$= \frac{1}{3}(\rho_1 c_1^2 + \rho_2 c_2^2 + \dots)$$

Prawo Daltona

[illegible]

$$mu + MU = mu' + MU'$$

$$m\frac{u^2}{2} + M\frac{U^2}{2} = m\frac{u'^2}{2} + M\frac{U'^2}{2}$$

$m(u-u') = M(U'-U)$

$m\left(\frac{u^2-u'^2}{2}\right) = M\left(\frac{U'^2-U^2}{2}\right)$

$u + u' = U + U'$

$\cancel{U' = \frac{m(u-u') + M(u+u')}{2M}}$

$$2MU' = (M-m)u' + (M+m)u = 2[u+u'-U]M$$

$M\frac{U'^2}{2} - \frac{mu'^2}{2}$

$$u' = \frac{(m-M)u + 2UM}{m+M}$$

$$U' = \frac{M-m}{m+M}U + \frac{2mu}{m+M}$$

2 cz. 26

$$= \frac{(a+b+c)!}{a!\,b!\,c!}$$

$c_1\ b_2\ b_1\ b_2 \qquad c_2\ c_1\ b_1 b_2$

$c_1\ c_2\ b_2\ b_1 \qquad c_2\ c_1\ b_2 b_1$

$c_1\ b_1\ c_2\ b_2 \qquad \vdots$

$c_1\ b_1\ b_2\ c_2$

$c_1\ b_2\ c_2\ b_1$

$\underbrace{c_1\ b_2\ b_1\ c_2}_{n\cdot 24}$

~~[illegible]~~ ; ~~[illegible]~~ tak samo wiele ~~[illegible]~~ innych komb.

~~$c_1 c_2 c_3 c_4$ etc.~~

prawdop. dla danej kombinacji $=$ ~~[illegible]~~

$(a+b+c)!$

średnio

~~c c b b~~

$\frac{1}{m}$

równie prawdop. są: c c b b

c b c b

c b b c

b c c b

b c b c

b b c c

$$\frac{4!}{2!\,2!} = \frac{2.3.4}{4} = 6$$

$$f = \frac{1}{\alpha^3\sqrt{\pi}^3} e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}} d\omega \quad -$$

$$c^2 = \frac{3}{2}\alpha^2 = 3R\theta$$

$$\alpha^2 = 2R\theta \qquad \overline{c^2} = 3R\theta$$

$$\int -\frac{v^2}{\alpha^5\sqrt{\pi}^3} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} d\omega = -\frac{4\pi v^4}{\alpha^5 \ldots} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} d\omega$$

$$= -\frac{4}{\alpha^5\sqrt{\pi}} \int v^4 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} d\omega$$

$$-\frac{3}{2}\log \pi - \frac{1}{2}\log(3R\theta) - 3R\theta$$

$(k-1)_c = AR$

$$\log\left(\theta^{-\frac{3}{2}}\right)$$

$c\log\theta + AR\log v$

$$\frac{\delta Q}{T} = \frac{c\,dT + A p\,dv}{T} = \ldots\ c\frac{d\theta}{\theta} + AR\frac{dv}{v}$$

$(v\,\theta^{3/2})$

$$\varphi = \log f -$$

$$\varphi + \Phi_1 - \varphi' - \Phi_1' = 0$$

$$\begin{cases} \xi^2+\eta^2+\zeta^2 + \xi_1^2+\eta_1^2+\zeta_1^2 - \cdots = 0 \\ \xi + \xi_1 - \xi' - \xi_1' = 0 \\ \eta \\ \zeta \end{cases}$$

$$\left[\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} + 2A\xi + B\right] d\xi + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} + 2A\eta + C\right] d\eta - \qquad = 0$$

$$+\left[\frac{\partial\Phi_1}{\partial\eta_1}\right.$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} + 2A\xi + B = \frac{\partial\Phi_1}{\partial\xi_1} + 2A\xi_1 + B = 0$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial\xi_1} = 2A(\xi_1 - \xi)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial\eta_1} = 2A(\eta_1 - \eta)$$

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial\xi_1}\right)(\eta_1 - \eta) = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial\eta_1}\right)(\xi_1 - \xi)$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi} \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi\,\partial\xi}(\eta_1 - \eta) = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta\,\partial\xi}(\xi_1 - \xi)$$

$$\frac{\partial}{\partial\eta_1} \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi\,\partial\xi} = 0 = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta\,\partial\xi} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi\,\partial\eta} =$$

$$\varphi = f_1(\xi) + f_2(\eta) + f_3(\zeta)$$

$$\frac{\partial}{\partial\xi} \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2}(\eta_1 - \eta) = -\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} + \frac{\partial\Phi_1}{\partial\eta_1}$$

$$\frac{\partial}{\partial\eta_1} \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta_1^2}$$ = const [illegible]

$\therefore \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} \; \ldots \ldots = - \frac{2}{\alpha^2}$

$\varphi = - \frac{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}{\alpha^2}$ [illegible] $(\xi - u)^2 + (\eta - v)^2 + (\zeta - w)^2 + A$

$\varphi = a \, e^{-\frac{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}{\alpha^2}}$

$f = a \, e^{-\frac{(\xi - u)^2 + (\eta - v)^2 + (\zeta - w)^2}{\alpha^2}}$

$\bar{\xi} = \frac{\int \xi f \, d\omega}{\int f \, d\omega}$

30/03
~~3?7165~~
24857
0·05246
$\frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1{\cdot}128$

$f(\xi)\,d\xi = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{\alpha^2}} d\xi$

Nejpravděp. $v = \alpha$

$\bar{v} = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}}$

$\overline{v^2} = \frac{3}{2}\alpha^2$

$f(v)\,dv = \frac{4v^2}{\alpha^3\sqrt{\pi}} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} dv$

$\alpha^2 = 2R\theta$

$f(\xi)\,d\xi = \frac{1}{\sqrt{2R\theta\pi}} e^{-\frac{L}{R\theta}} d\xi$

$f(v)\,dv = \cancel{\frac{4v^2}{\sqrt{2R\theta\pi}}} \cdots e^{-}$

$\int_0^{v} v^2 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} dv$

$\int x^2 e^{-x^2} dx = \int \frac{x}{2}\, 2x e^{-x^2} dx = -\frac{x}{2} e^{-x^2} + \frac{1}{2}\int e^{-x^2} dx$

$\int_0^x e^{-x^2} dx \cdots = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{1 \cdot 3!} + \frac{x^5}{2!\,5} - - -$

$x \gg 1$

$\int_0^x \; = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \cancel{[\ldots]} \cdot \frac{e^{-x^2}}{2x}\left[1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1.3}{(2x^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2x^2)^3} \sim\right]$

O_2 — $\rho = 0{\cdot}0014291$ $\quad \sqrt{\overline{c^2}} = 461{\cdot}2\,\frac{m}{sek.}$

$\alpha = 376{\cdot}6$

0–100	1·3
–200	8·2
2–300	16·7
3–400	21·5
4–500	20·3
5–600	15·2
6–700	9·1
>700	7·7

$L_{(g)} = \frac{n m c^2}{2\rho} = \frac{c^2}{2} = \frac{3}{2} R\theta$

$\frac{\delta L}{\delta\theta} = \frac{3}{2} R = c_v$

$c_p - c_v = R$

$c_p = \frac{5}{2} R \qquad \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} = 1{\cdot}66$

$p = HT\nu$

$-\frac{\partial p}{\partial x} = -HT\frac{\partial \nu}{\partial x}$

$v = -\frac{1}{6\pi\mu r}\,\frac{1}{\nu N}\,HT\,\frac{\partial \nu}{\partial x}$

$v\nu = -D\frac{\partial \nu}{\partial x}$

$D = \frac{HT}{N\,6\pi\mu r}$

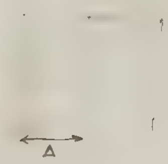
$r = 10^{-4}$

$m_1 = \frac{4}{3}\pi\,\frac{1}{8}\,10^{-12}$

$m_2 = \frac{0.0013}{4.10^{19}} = 3.10^{-23}$

$= \frac{1}{2}\,\frac{10^{-11}}{3.10^{-23}}\cdot \cancel{30}$

$= \frac{1}{2}\,10^{12}$



$\Delta\frac{(\nu_1-\nu_2)}{2} = -\frac{\Delta^2}{2}\frac{\partial \nu}{\partial x}$ v crasi τ

$D = \frac{\Delta^2}{2\tau}$

$\Delta = \sqrt{2D\tau}$

$\therefore \sqrt{\frac{HT}{N\cdot 3\pi\mu r}}\sqrt{\tau}$

$H = 8{,}3.10^{7}$

$N = \frac{4.10^{19}\cdot 29}{0.0013}$

$V = C\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\qquad \tau = \frac{M}{6\pi\mu r}$

$\lambda = C\tau$

$\Lambda = \lambda\sqrt{2\pi} = C\sqrt{2\tau} = C\sqrt{\frac{2M}{S}} = c\sqrt{\frac{2m}{S}}$

$= c\sqrt{\frac{2m}{6\pi\mu r}} = c\sqrt{m}\sqrt{\frac{1}{3\pi\mu r}}$

$c = \sqrt{3RT}$

$c\sqrt{m} = \sqrt{\frac{3HT}{N}}$

$$W = \frac{a}{v}$$

$$= \cancel{m_1 m_2}\, \psi_{12} + \cancel{m_1 m_3}\, \psi_{13} + \cancel{m_2 m_3}\, \psi_{23} + \dots$$

$$w_1 = \cancel{m_2}\, \psi_{12} + \cancel{m_3}\, \psi_{13} + \cancel{m_4}\, \psi_{14} + \dots \qquad \Big\| \qquad W = \frac{m w_1 + m w_2 + \dots}{2}$$

$$w_i = 2\frac{W}{n v} \qquad (n m v = 1)$$

$$w_i = \frac{2am}{v}$$

$$b = \frac{2\pi\sigma^3}{3m} = \frac{2\pi\sigma^3}{3}\,\frac{n}{2}$$

$$n_g : n_f = \left(1 - \frac{2b}{v_g}\right) e^{-h\psi_g} : \left(1 - \frac{2b}{v_f}\right) e^{-h\psi_f}$$

$$m\, n_f \left(1 - \frac{2b}{v_g}\right) e^{-h\psi_g} = n_g (\quad) \dots$$

$$h = \frac{1}{mR\theta}$$

$$v_g - 2b = (v_f - 2b)\, e^{-h(\psi_f - \psi_g)} \longrightarrow \frac{1}{mR\theta}\,\frac{2am}{1} = \frac{2a}{R\theta}\, v_f \dots$$

$$\lg \frac{v_g - 2b}{v_f - 2b} = \lg \frac{v_g}{v_f} + \lg \underbrace{\frac{1 - \frac{2b}{v_g}}{1 - \frac{2b}{v_f}}}_{-2b\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right) \dots}$$

$$\frac{1}{v_f} - \frac{1}{v_g} = \frac{R\theta}{2a}\left[\lg \frac{v_g}{v_f} - 2b\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right)\right] \qquad \bar{v}_i = \frac{R\theta}{2}\left(\lg \frac{v_g}{v_f} - 2b \dots\right)$$

$$p(v_g - v_f) = \int_{v_f}^{v_g} p\, dv$$

$$p(v_g - v_f) = R\theta \lg \frac{v_g - b}{v_f - b} + a\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right) = -\frac{a}{v_g v_f} + R\theta\left(\frac{1}{v_g - b} - \frac{1}{v_f - b}\right)$$

[illegible] [illegible]:

$\cancel{}\ a(\rho-\rho') + p(v'-v) = n$

$v' = \cancel{\ } 1600$

$p = 10^6$

$a \neq 537 . 42 . 10^7 - 1600 . 10^6$

$= 2148$

$\underline{\ \ 10^7}$

$2249 . 10^7$

$-$

[illegible] $90 . 42 . 10^7$

$380 . 10^7$

$390 . 10^6$

$- \underline{\ 33\ }$

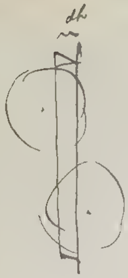
$350 . 10^7 = 3.5\%$ [illegible].

$\alpha . \cancel{}\ \cancel{x}\ r^2 n = \mu . R$

$u = \frac{\rho}{n} = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$

$\alpha r^2 n = \frac{4}{3} r^3 \rho R$

$r = \frac{\alpha}{4 \rho R} = \frac{80}{4 . 2 . 10^{10}} = 10^{-9}$



$$V - \frac{4\pi}{3}(n-1)\sigma^3$$

$$\Omega c\,dt\left[1 - \frac{\frac{4\pi}{3}(n-1)\sigma^3}{V}\right]$$

$$\Omega c\,dt\left[1 - \frac{\frac{2\pi}{3}(n-1)\sigma^3}{V}\right]$$

$$p\text{ [illegible]} = \frac{V - \frac{4\pi}{3}(n-1)\sigma^3}{\Omega c\,dt\left[1 - \frac{2\pi}{3}\frac{(n-1)\sigma^3}{V}\right]} = \frac{\Omega c\,dt}{V - B} \qquad B = \frac{2\pi\sigma^3 n}{3}$$

$$\int_0^\infty \frac{e^2}{m^2}\,ds\,dx \iint_{x\,0}^{\infty\,\infty} f(\sqrt{x^2+y^2})\,\frac{x}{\sqrt{\cdot}}\,2\pi y\,dy\,dx$$

$\cancel{p} = \infty$

w [illegible] dla

$$v = \frac{3\sqrt{2}}{4\pi}b$$

$$p + \frac{a}{v^2} = \frac{R\theta}{v}\left[1 + \frac{b}{v} + \frac{5}{8}\frac{b^2}{v^2}\right] + \left\{\frac{1283}{8960} + \frac{\cancel{0.1281}}{0.1437}\right\}\frac{b^3}{v^3}$$

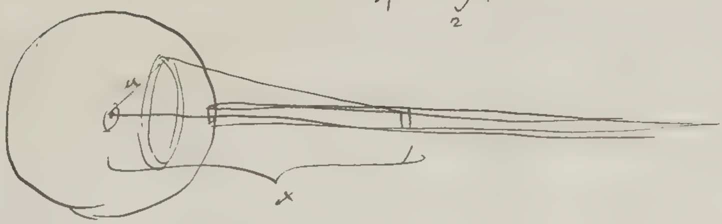
$$p + \frac{a}{v^2} = \frac{R\theta\,v^3}{\left(v - \frac{b}{4}\right)^4}$$

Rayleigh $p + \frac{a}{v^2} = T\,\varphi(v)$

Reinganum dla [illegible]

$$p = \frac{RT}{v} + \frac{RT\,b\,e^{\frac{c}{T}} - \varphi(T)}{v^2}$$

$$\chi(r) = \int_r^\infty f\,dr$$



$$d\mathcal{F} = \int 2\pi u^2 \sin\theta\, du\, d\theta\ \frac{\partial \chi}{\partial x}\ d\sigma\, dx\ \rho^2$$

$$= -2\pi\rho^2\, d\sigma \int_0^b u\,du \int_b^\beta dx\ \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\pi \chi \cdot u \sin\theta\, d\theta$$

$$r^2 = u^2 + x^2 - 2ux\cos\theta$$

$$r\,dr = ux\sin\theta\,d\theta$$

$$\int_0^\pi \chi\, u \sin\theta\, d\theta = \frac{1}{x}\left[\psi(x-u) - \psi(x+u)\right] \qquad \psi = \int_r^\infty r\chi\,dr$$

$$\int_b^\beta dx\ \frac{\partial}{\partial x}\ \frac{1}{x}\left[\psi \cdots\ \right] = \cancel{\frac{1}{\beta}\left[\psi(\beta-u) - \psi(\beta+u)\right]} - \frac{1}{b}\left[\psi(b-u) - \cancel{\psi(b+u)}\right]$$

$$d\mathcal{F} = \frac{2\pi\rho^2\, d\sigma}{b}\int_0^b u\,du\ \psi(b-u) \qquad b-u = z,\quad u = b-z$$

$$= \int_0^b (b-z)\psi(z)\,dz = b\int_0^b \psi(z)\,dz - \int_0^b z\,\psi(z)\,dz$$

$$\neq b\int_0^\infty \psi(z)\,dz - \int_0^\infty z\,\psi(z)\,dz$$

$$= a\rho^2 - \frac{2\alpha\rho^2}{b}$$

$$P = \frac{n!}{n_1!\, n_2!\, n_3! \ldots} \qquad n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots$$

$$n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

$$\lg n! = \tfrac{1}{2}\lg n + n \lg n - n - $$

$$\lg P = n \lg n - n - \left(\Sigma\, n_k \lg n_k - \Sigma\, n_k\right)$$

Max P ... Min $\Sigma\, n_k \lg n_k$

$$\int f \lg f \, d\omega$$

Opozycja przeciw Minimumtheorem

ruchy odwracalne — prawdopodobieństwo i nieodwracalne

Zermelo – Poincaré

Ale prawda że [illegible] to jest [illegible] niezupełnie [illegible] molekuł [illegible]

[illegible] prawdopodobieństwa

[illegible]: [illegible] dla gazów [illegible]

Inna metoda:
Maxwella uogólnienie

$$\delta Q = \tfrac{3}{2} R\, dT + R p\, d\left(\tfrac{T}{p}\right)$$
$$= \tfrac{3}{2} R\, dT + R \rho T\, d\left(\tfrac{1}{\rho}\right)$$

$$\int \frac{\delta Q}{T} = \frac{k}{\mu} R \lg\left(\frac{T^{3/2(1+\beta)}}{\rho}\right)$$

$$\int f \lg f \, d\omega =$$

~~Kul~~

kule z urny (włożone z powrotem) ; trzy wyciągnięcia

cz	cz	cz		b	cz	cz
cz	cz	b		b	cz	b
cz	b	cz		b	b	cz
cz	b	b		b	b	b

cztery wyciągnięcia

cz cz cz cz

cz cz cz b

cz cz

$$3 = \frac{(2+1)!}{2!\,1!}$$

prawdop. 3 czarnych $\frac{1}{8}$

2 cz 1 b $\frac{3}{8}$

stosunek liczby kombinacji

prawdop. wyc. α białych $(a+b+c)!$ ~~[illegible]~~ ; jedna przyczyna tylko

β czarnych $a!$

γ ~~[illegible]~~ niebieskich $b!$

$c!$

dana kombinacja $b_1 b_2 b_3$ $cz_1 cz_2 cz_3 cz_4$ $n_1 n_2$

różni prawdop. jest każda inna b b b bbbbbb bb

ale jeśli nam nie chodzi o porządek : wszystkich jest permutacji ~~b_1 b b cz cz cz n_2 n_1~~

b b b cz cz cz n n cz

liczba kombinacji $\alpha+\beta+\gamma$ przedmiotów $\frac{\alpha+\beta+\gamma\,!}{\alpha!\,\beta!\,\gamma!}$

$b_1\ b_2 b_3\ cz_1\ cz_2\ cz_3\ cz_4\ n_1\ n_2$ $\qquad$ $b_1\ b_2\ b_3\ cz_1\ cz_2\ cz_3\ n_1\ n_2\ cz_4$

$\cdots\ cz_1\ cz_2\ cz_4\ cz_3\ n_1 n_2$ $\qquad$ $cz_1\ cz_2\ cz_4 \quad cz_3$

Nr. p. prawdop. że $\leftarrow \mid \rightarrow$ $n_1\omega = n_2\omega = \frac{n}{2}$

$$p = \frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!}$$

$$p! = \sqrt{2p\pi}\left(\frac{p}{e}\right)^p$$

$$\lg(n_1\omega)! = n_1\omega\,\lg(n_1\omega - 1) + \frac{1}{2}\lg n_1\omega + \frac{1}{2}\lg 2\pi$$

$$\neq n_1\omega(\lg n_1 - 1) + \cancel{\frac{1}{2}\lg n_1} + n_1\omega\lg\omega$$

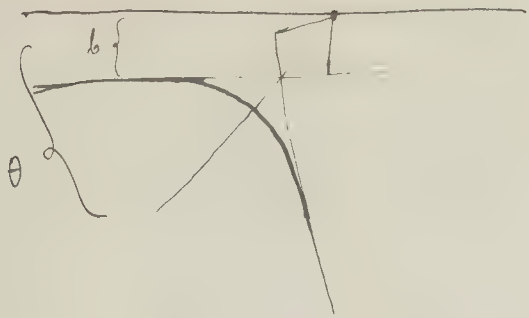
$$\lg P = \cancel{\frac{n!}{\omega(n_1\lg n_1 + n_2\lg n_2 + \ldots) - \ldots}} \quad \lg(n!) - \Big[\omega(n_1\lg n_1 + n_2\lg n_2 + \ldots) - \underbrace{(n_1\omega + n_2\omega + \ldots)}_{n} + n\lg\omega\Big]$$

$$= -\omega(n_1\lg n_1 + n_2\lg n_2 \ldots) + C$$

Najprawdop. ten rozkład gdzie $\uparrow$ = minim.

$$\omega = d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

$$n_1 = f(\xi, \eta, \zeta) \qquad \int f(\xi\eta\zeta)\lg f \ldots d\xi d\eta d\zeta = \text{H}$$



jeżeli siła $\psi(r) = \frac{K}{r^{n+1}}$

to gdzie $a = b\left[\frac{g^2}{K}\right]^{\frac{1}{n}}$

$$\vartheta = \int \frac{d\rho}{\sqrt{1-\rho^2 - \frac{2}{n}\left(\frac{\rho}{a}\right)^n}}$$

$$\xi' = \xi + (\xi_1 - \xi)\cos^2\theta + \sqrt{(\eta-\eta_1)^2 + (\zeta-\zeta_1)^2}\,\sin\theta\cos\theta\cos\varepsilon$$

$\eta' =$

$\zeta' =$

$\xi_1' = \xi_1 + (\xi - \xi_1)\cos^2\theta - \sqrt{}$

$$f = A e^{-h(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\left[1 + a\xi + b\,\xi(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)\right]$$

$$\int \sin^2\theta\cos\theta\; b\,db\,d\varepsilon = g^{-\frac{4}{n}}\,H \qquad H = \left(\frac{2K}{m}\right)^{\frac{2}{n}}\underbrace{\int_0^\infty \sin^2\theta\cos\theta\;\alpha\,d\alpha}$$

więc pod znakiem całki [illegible] g jeżeli $n=4$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-hx^2}dx = \sqrt{\frac{\pi}{h}} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} x\,e^{-hx^2}dx = 0$$

$\varrho = m \cdot \alpha$ α = koncentracya = $\frac{\text{ilość drobin}_1}{\text{ilość drobin}_{1+2}}$

~~[illegible]~~ $n\alpha$ = ilość drobin$_1$

$m n \alpha$ = ~~ilość~~ gęstość cząstek 1

$\Gamma = \frac{\lambda c}{3} \frac{\partial \rho_1}{\partial z}$

$\frac{[illegible]}{4\pi} \cdot c \cos\theta \cdot (n_0 + \lambda' \cos [illegible])$

$\frac{1}{2}$ [illegible] c [illegible] $\frac{c\lambda}{3} \frac{\partial \rho}{\partial z}$

$m = \frac{.001}{10^9} = 10^{-22}$ g.

$D = \frac{\mu}{\rho}$

$\sigma = 5 \cdot 10^{-8}$ cm
$N = 10^{19}$

Rozpoznanie [illegible] mikroskopem $d = \frac{\lambda}{2a}$ $a < 1.5$

$\frac{\lambda}{3} = \frac{0.00004}{3}$ cm

$= 10^{-5}$

Siedentopf & Zsigmondy 4–15 $\mu\mu$ $0.0000004 = 4 \cdot 10^{-7}$

ultramikroskop

Faraday Au $\frac{\lambda}{100}$ $= \frac{1}{2} 10^{-6}$ Lenard $\frac{mg}{3 \cdot 10^6} = 3 \cdot 10^{-10}$ g.

[illegible] Na

Kelvin Cu | Zn

limit thickness $> \frac{10^{-6}\text{ mm}}{30} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-8}$

Oberbeck | Pt

Plateau bańki mydlane 10^{-4} mm połowa = $5 \cdot 10^{-6}$ cm = range of molec. forces

Lohncke

Drude czarne bańki myd. $\delta = 17 \cdot 10^{5}$ mm = $1{\cdot}7 \cdot 10^{-6}$ cm

Reinold Rücker mierząc opór elektr. $1{\cdot}2 \cdot 10^{-5}$ m $= 1{\cdot}2 \cdot 10^{-6}$ cm

Fischer najmniejsza grubość Oleju, H_2SO_4 etc za Hg: $5 \cdot 10^{-6}$ mm $= 5 \cdot 10^{-7}$ cm

Röntgen

Tajen $2 \cdot \frac{4\pi r^3}{3}$

$$\delta O = 4\pi (2 - \sqrt[3]{4}) r^2$$

$$\delta W = \alpha \, 4\pi (2 - \sqrt[3]{4}) r^2 = 2 \frac{mc^2}{2}$$

$$m = \frac{4\pi r^3 \rho}{3}$$

$$r = \frac{3 (2 - \sqrt[3]{4}) \alpha}{\rho c^2} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

$\frac{\rho c^2}{3} = p$

$\frac{80}{(50000)^2} = \frac{80}{25 \cdot 10^8} = 4 \cdot 10^{-8}$

$\alpha = 80$

$P - p$

Thomson $\Delta p = \frac{\alpha \rho_d}{\rho_f - \rho_d} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$

$\delta_Y = dU + p \, dv +$

$$r = \frac{80 \cdot 10^{-3}}{\cancel{8_x} \cdot 10^{0} \cdot \frac{4}{700}} =$$

$K = n^2$ $\quad v = \frac{K-1}{K+2} = \frac{n^2-1}{n^2+2}$

$4\pi r^2 N = N\pi\sigma^2$

$N\pi\sigma^2\alpha$

innere ... : L $\qquad N\pi\sigma^2 = \frac{L}{\alpha}$

$= \frac{540 \cdot 42 \cdot 10^7}{80} = 28 \cdot 10^7$

$\lambda = 0.00001$ cm $= \frac{1}{N\pi\sigma^2\sqrt{2}}$

$N\pi\sigma^2 = \frac{10^5}{\sqrt{2}}$

$(p + \frac{a}{v^2})(v - b) = RT$

$b = 4$ vol. $= 4 \cdot \frac{N\pi\sigma^3}{6}$

$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\, N\pi\sigma^2}$

$b\lambda = \frac{2}{3\sqrt{2}}\sigma$

$\sigma = \frac{3}{\sqrt{2}} b\lambda$

	b		λ 10^{-5}
lucht	$b = 0.00387$	$5 \cdot 10^{-8}$	1855
~~N_2~~	~~0.00232~~	~~3.4~~	
CO_2	0.00078	3.8	0.68
H_2	0.00318	8.8	

Stefan (1872)

$\lambda \qquad \lambda \qquad (n-1)\lambda$ const.

$K = \frac{1 + 2\alpha}{1 - \alpha}$ $\qquad$ Clausius - Mosotti

$\alpha = \frac{K-1}{K+2}$

Dorn (?)

$l = \frac{1}{\sqrt{2}\, N\pi\sigma^2}$

$\alpha = \frac{N\pi\sigma^3}{6}$

$\alpha\lambda = \frac{\sigma}{6\sqrt{2}}$

$\sigma = 6\sqrt{2}\,\alpha\lambda$

$= 6\sqrt{2} \cdot \frac{K-1}{K+2} = 6\sqrt{2}\,\frac{n^2-1}{n^2+2}$ (?) Exner

Lorentz H.A. 1880

Lorenz 1880

	K	n	Dom 6 =	Jeans
pow.	1·000590	1·000294	$1·6 \cdot 10^{-8}$	1·7
CO_2	1·000946	449	1·8	
H_2	264	138	1·4	
CH_4	944	443	2·3	

$\sqrt[3]{10^{19}} = \sqrt[3]{10} \cdot 10^{6}$

$\delta = \frac{1}{2} 10^{-6}$ cm

$= 5 \; 10^{-7}$ cm

·· granicne wartości

2). teorya klasyczna wszelako, dynamika specyalna

Niedokładność : forma drobin

nie są kuliste

1). $\frac{c}{c}$

2). wartościowość chemiczna dyspozycya Ostwaldowa

3). Krystalizacya ~~...~~ przyciągającej siły w pewnym systemie niżeli szybkiej

4). widmo złożone

Należałoby zbadać Argon etc.

He

Drugi szereg wyłącznie

---

1). Faraday Au leaves $\delta = 5 \cdot 10^{-7}$

2). liquid films Rötger Sohncke $\underline{5 \cdot 10^{-6}}$ cm Drude Reinold x Rücker 10^{-6} cm

~~Exstrom~~

Exstrom $5 \cdot 10^{-7}$ cm 1 26 h $\angle$ Gl KJ Hg_2

3). ~~Kelvin vollumek~~ Stullwright x Wilson

,896

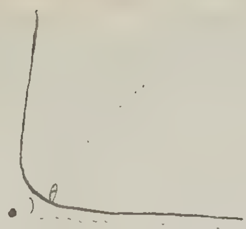
$p = P - \frac{\alpha \delta \varphi}{d r}$ (Thomson)

~~.... 10^{6} ...~~ $\underline{80}$.

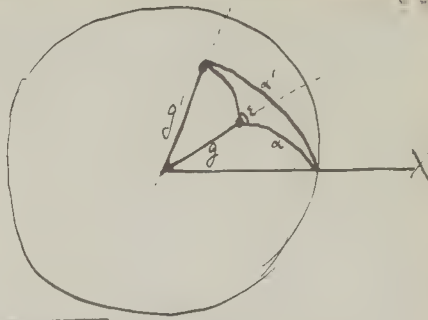
$$\frac{P}{\delta} = RT = \frac{\alpha}{d r}$$

$$r = \frac{\alpha}{d RT} = \frac{80 \cdot 0·0013 \cdot 0·6}{10^{6}} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

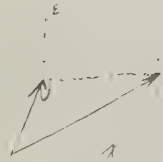
$\frac{f \delta \cdot V}{2} = \frac{V^2 f}{8 \pi d}$ " " d 10^{-8} cm (Jäger)



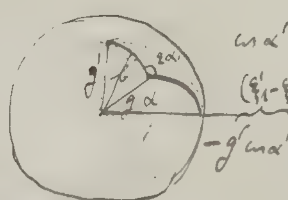
$\xi' = \quad \xi$



$\cancel{\xi' = \xi + (\xi_1 - \xi)\cos 2\theta'} + \sqrt{g^2 - (\xi - \xi_1)^2}\,\sin 2\theta\cos\varepsilon$



$\xi \quad \xi_1$



$\cos\alpha' = \cos\alpha\cos 2\theta + \sin\alpha\sin 2\theta\cos\varepsilon$

$(\xi_1' - \xi')$

$-g'\cos\alpha' = g\cos\alpha\cos 2\theta + g\sin\alpha\sin 2\theta\cos\varepsilon$

$= (\xi_1 - \xi)\cos 2\theta + \sqrt{(\eta - \eta_1)^2 + (\zeta - \zeta_1)^2}\,\sin 2\theta\cos\varepsilon$

$\xi' - \xi_1'$

$\xi' + \xi_1' = \xi + \xi_1$

$2\xi' = \xi_1\underbrace{(1 + \cos 2\theta)}_{2\cos^2\theta} + \xi\underbrace{(1 - \cos 2\theta)}_{2\sin^2\theta} + \sqrt{\quad}\;\sin 2\theta\cos\varepsilon$

$\xi' = \xi_1\cos^2\theta + \xi\sin^2\theta + \sqrt{\quad}$

$\xi' = +\xi + (\xi_1 - \xi)\cos^2\theta + \sqrt{\quad}\;\sin\theta\cos\theta\cos\varepsilon$

$\cancel{\xi' = \xi_1}$

~~1.01 gr. H_2~~

$\frac{1\ \text{Amp.}}{\text{min}}$ $6.96\ cm^3 = 0.0006\ gr.$

$1 \frac{\text{Am}}{\text{sec}} = 0.116\ cm^3 = 0.00000\,89873 \quad 0.0000001013\ gr.$

$\frac{e}{m} = 96513$

06440
93554

862.

$1\ cm^3 = \frac{1}{0.116}$ Coul. $= 8.62$ coul. $= 25.86 \cdot 10^9$ (est.)

$N = \frac{25.86 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^{-10}} = 4.3 \cdot 10^{19}$

$\frac{5}{8}$

$= \frac{5}{4}$

$\int e^{-h\xi^2} d\xi = \sqrt{\frac{\pi}{h}}$

$\int \xi^2 \ldots = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{h^3}}$

$p = m\int \xi^2 A e^{-h(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta = \frac{Am}{2}\frac{\pi}{h^2}\sqrt{\frac{\pi}{h}}$

$\rho = m\int e^{-h\ldots} = m\sqrt{\frac{\pi}{h}}^3$

$p = \frac{1}{2h}\rho$

$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{2h} = R\vartheta$

$\left(\frac{5}{3}-1\right)c = R$

$c = \frac{3}{2}R$

$\Sigma = 3\pi \frac{dr}{dt} \rho$

$\delta\varphi = \Sigma \rho 4\pi r^2 dr - A\alpha\, d(4\pi r^2)$

$= \Sigma \rho 4\pi r^2 dr - 8\pi A\alpha\, r\, dr$

$= 0$ jeśli

$\Sigma \rho r = 2 A\alpha$

$r = \frac{2 \cdot 80}{70 \cdot 10^6 \cdot 500}$

$= \frac{7}{5} 10^{-8}$

$p = \cancel{\frac{2\rho\alpha}{\rho_g r} + p_0}$

$\alpha = 80$

$\cancel{\frac{\rho_l}{\rho_g} = \frac{1}{0{\cdot}6 \cdot 0{\cdot}0013}}$

gdy $p = 700$ mm

wtedy wrzenie

$p = 10^6$

$r = \frac{2 \cdot 80 \cdot 0{\cdot}6 \cdot 0{\cdot}0013}{10^6}$

$= 1{\cdot}3 \cdot 10^{-7}$

$$p = n H \theta \rho$$

$$\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} \qquad \frac{6\pi \mu a u n}{\frac{4}{3}\pi \rho a^3 u n} = \frac{\frac{\partial p}{\partial x}}{\frac{\partial \rho}{\partial x} D} = \frac{p}{\rho D} = \frac{9}{2}\frac{\mu}{\rho a^2}$$

$$a = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\mu}{\rho} D \frac{\rho}{p}}$$

$$\frac{\rho}{p} = \frac{\rho_0}{p_0}\frac{342}{14} = \frac{0.0013}{10^6}\frac{342}{14}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{2}\frac{0.018}{1.6}\, 4.10^{-6} . \frac{342}{14} . \frac{0.0013}{10^6}}$$

$$= \sqrt{\frac{18.342}{14.1.6}\, 1.8 . \cancel{1}13 \, . 10^{-15}}$$

$$= \sqrt{18.342}\, . 10^{-8} = 10^{-8}\sqrt{60} = 8.10^{-8}.$$

~~poprzednio~~

$$\cancel{a = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{0.0001\cancel{8}}{10^6} . 0.16} = 3 . 10^{-5}\sqrt{\frac{1.7}{2}}} \; 0.16 . 0.0013 = 10^{-6}\sqrt{0.8 . 0.16 . 1.2} = 0.4 . 10^{-6}$$
$$= 4.10^{-7}$$

Elektr.:

doświadcz.

Oberbeck siła elektrom. Pt pokrywającym inne metale – $1-2 . 10^{-7}$

powietrze $a = 0.0023$

$b = 0.0020$

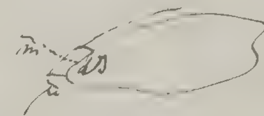
$0.002 \cdot 10^{6} = 2000$ Atm

eth.	1300
alk.	2300
CS_2	2900
H_2O	10500

$$\delta o = dl_1\left(1+\frac{v}{r_1}\right) dl_2\left(1+\frac{v}{r_2}\right) - dl_1\, dl_2$$

$$\int\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) d\Omega \cdot v$$

$v = \varepsilon \cos n\varepsilon$



$$\int v\, ds = \int \varepsilon \cos n\varepsilon\, ds$$

$$\delta U = g\int \rho z\, dv = g\rho \int z\, \varepsilon \cos n\varepsilon\, d\Omega$$

$$\delta Vol = \int \varepsilon \cos n\varepsilon\, d\Omega = 0$$

$$\int \varepsilon \cos n\varepsilon \cdot \left\{ \alpha_{12}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) + g(\rho_1-\rho_2) z \right\} = 0$$

$$\alpha\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) + g(\rho_1-\rho_2) z = \text{const.}$$

---

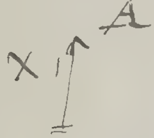
jeśli $\rho_1 = \rho_2$ albo $g = 0$ / kula krople bańki

swobodne ciało bez ograniczenia

z daną granicą : $\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = 0$

Minimalfläche

$m\,m'\,F(l)$ $\qquad \int_0^\infty F(l)\,dl = \chi(l)$ $\qquad \int_l^\infty l\,\chi(l)\,dl = \psi(l)$



$$\rho\, 2\pi r^2 \sin\vartheta\, dr\, d\vartheta$$

$$2\pi\rho^2\, do\, dx\, r^2 \sin\vartheta\, dr\, d\vartheta\, \frac{\partial\chi}{\partial x}$$

$$\delta\Phi = 2\pi\rho^2\, do \int_0^a r^2\, dr \int_a^A dx\, \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\pi \chi \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$l^2 = r^2 + x^2 - 2rx\cos\vartheta$$

$$l\,dl = + r x \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$\int_0^\pi r\chi \sin\vartheta\, d\vartheta = \frac{1}{x}\int_{x-r}^{x+r} l\chi(l)\, dl = \frac{1}{x}\left[\psi(x-r) - \psi(x+r)\right]$$

$\lim \psi(A+r)$

$A-r$

$A+r \quad = 0$

$$\int_a^A \cdots = \frac{1}{A}\left[\psi(A-r) - \psi(A+r)\right] - \frac{1}{a}\left[\psi(a-r) - \psi(a+r)\right]$$

$$= -\frac{1}{a}\psi(a-r)$$

$$\delta\Phi = -\frac{2\pi\rho^2\, do}{a}\int_0^a r\,\psi(\underbrace{a-r}_{z})\, dr = \frac{2\pi\rho^2\, do}{a}\int_0^a (a-z)\,\psi(z)\, dz$$

$$\neq \frac{2\pi\rho^2\, do}{a}\int_0^\infty \cdots =$$

$$\frac{\delta\Phi}{do} = \alpha\rho^2 - 2\beta\frac{\rho^2}{a}$$

$$\frac{v}{v_k} = \omega \qquad \frac{p}{p_k} = \pi \qquad \frac{T}{T_k} = \vartheta$$

$$\pi = \frac{8\tau}{3\omega - 1} - \frac{3}{\omega^2}$$

$$\int p\,dv = p(v_1 - v_2) \qquad p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

$$p(v_g - v_f) = RT \lg \frac{v_g - b}{v_f - b} + a\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right)$$

[illegible] $p = RT\left(\frac{1}{v} + \frac{b}{v^2} + \frac{5b^2}{8v^3}\right) - \frac{a}{v^2}$

$$p(v_g - v_f) = RT\left[\lg \frac{v_g}{v_f} - b\left(\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_f}\right) - \frac{5b^2}{10}\left(\frac{1}{v^2} - \dots\right)\right] + a\left(\frac{1}{v} - \dots\right)$$

$$p v_g = \frac{RT}{1 - \frac{b}{v_g}} - \frac{a}{v_g}$$

$$p v_f = \frac{RT}{1 - \frac{b}{v_f}} - \frac{a}{v_f}$$

$$Q_f - M =$$

$$\frac{\Omega\, c\, dt \cos\vartheta}{V} \cdot \frac{1 - \frac{2\pi N \cdot \sigma^3}{3V}}{1 - \frac{4\pi}{3}} = \frac{\Omega\, c\, dt \cos\vartheta}{V - B} \qquad B = \frac{2\pi N \sigma^3}{3}$$

$$\Sigma \quad (2 m c \cos\vartheta) \cdot \frac{2\pi \sin\theta\, d\theta}{4\pi} = \frac{n m \Omega}{V - B} \frac{c^2}{3}$$

$p = p' + p_0$

---

1). Poprawki v b

$p + \frac{a}{v^2} = RT$

2). $\frac{a}{v^2}$ ważne tylko w razie dużej sfery wł. dużej Boltz.
  " jmol.

$$pv + \frac{a}{v} - pb - \frac{ab}{v^2} = RT$$

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

$$v^3 - \left(\frac{RT}{p} + b\right) v^2 + \frac{a}{p} v - \frac{ab}{p} = 0$$

3 pierw.

równe gdzie $\frac{\partial}{\partial v} = \frac{\partial^2}{\partial v^2} = 0$ $\qquad p$ kryt.

$$(v - b)\left(\cancel{\frac{\partial p}{\partial v}} - \frac{2a}{v^3}\right) + p + \frac{a}{v^2} = 0$$

$$\frac{2ab}{v^3} - \frac{a}{v^2} + p + \frac{\partial p}{\partial v}(v - b) = 0$$

$$3 v_k = \frac{RT_k}{p_k} + b$$

$$3 v_k^2 = \frac{a}{p_k}$$

$$v_k^3 = \frac{ab}{p_k}$$

$$> \quad v_k = 3b$$

$$v_k = \frac{3 R T_k}{8 p_k}$$

$$p_k = \frac{a}{27 b^2}$$

$$T_k = \frac{8a}{27 R b}$$

Kundt & Warburg dekrement logarytm.

pow.			H_2		CO_2
750 mm	0·0580	750	0·0283	750 mm	0·0468
2·4 mm	0·0567	20	0·0281	2·4	0·0461

Puluj pow. $\eta = \eta_0 \, T^{0.72}$

CO_2 $\eta_0 \, T^{0.92}$

H_2 $\eta_0 \, T_0^{0.69}$

$$\boxed{V = \frac{\pi}{8\mu}(p_1 - p_2)\frac{R^4 t}{L} \quad \text{mierzone pod ciśn. } \frac{p_1+p_2}{2}}$$

Stefan zmniejszenie 6

Maxwell prz T

$G = m u$

$$\frac{\sum m \xi}{M} = U \quad \text{na } 1\,\mathrm{cm}^2$$

$$dU = \frac{\Gamma \varphi\, dt}{M}$$

$$M \frac{dU}{dt} = \Gamma \varphi = k\, n\, \lambda\, c\, m\, \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$= \underbrace{k \rho \lambda c}_{\mu} \frac{\partial u}{\partial z}$$

$\mu = 0{\cdot}000191$ (powietrze 0°)

I). $\lambda = 0{\cdot}0001$ mm   liczba zderzeń $4.800.10^{x}$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi n \sigma^2}$$

$$\frac{\pi \sigma^3}{6} n = \frac{\pi}{6} \cdot n\sigma^3 = \frac{\pi}{6} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{1}{1000}$$

$$\alpha = n \sigma^3$$

$$\lambda \alpha = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\,\pi}$$

$$\sigma = 10^{-5} \cdot 10^{-3} \cdot \pi \sqrt{2}$$

$$= 5 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{cm}$$

$$n = \frac{10^{-3}}{125 \cdot 10^{-24}} = \frac{10^{21}}{125} \doteq 10^{19}$$

$$\mu = \frac{k \rho c}{\sqrt{2}\,\pi n \sigma^2} = \frac{k m c}{\sqrt{2}\,\pi \sigma^2}$$ niezależne od gęstości

$$c \sim \sqrt{T} \qquad \frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

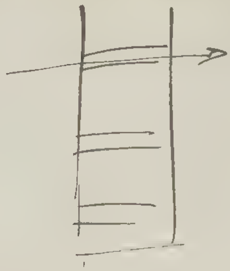
podobieństwo geometryczne   jeśli c wzrośnie effekt taki, jakgdyby t krótsze

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

zatem moment po 1 sek. powiększony $\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

Loschmidt 1870  Waitz 1882

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial x^2}$$



→ Jamin Interfer. Refr.

CO_2 → pow. D zmienne, zależne od konc. (Meyer)

4%

Stefan ciecze parowanie

$$f(X,t) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_0(x)\, e^{-\frac{\beta^2 (X-x)^2}{t}}\, dx$$

$$f(t) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\beta}{\sqrt{t}}\right)^3 \int_0^\infty \varphi(r)\, e^{-\frac{\beta r^2}{t^2}}\, r^2\, dr$$

$$\beta = \sqrt{\frac{3}{4 c\lambda}}$$

$$\beta = \frac{1}{2\sqrt{D}}$$

$$p_n(x) = \frac{1}{2x} \sqrt{\frac{3}{\pi n}}\, e^{-\frac{3x^2}{4n\lambda^2}}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{t}{\pi}} = \sqrt{\frac{4c\lambda}{3\pi}} \sqrt{t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial X} = \frac{\beta}{\sqrt{\pi t}} \int -\frac{2\beta^2}{t} (X-x)\, f_0(x)\, e^{-\frac{\beta^2 (X-x)^2}{t}}\, dx$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial X^2} = \frac{-2\beta^3}{\sqrt{\pi t^3}} \int f_0(x)\, e^{-\frac{\beta^2 (X-x)^2}{t}}\, dx + \frac{\beta}{\sqrt{\pi t}} \int \frac{4\beta^4}{t^2} (X-x)^2\, \underline{e^{--} f}\, dx$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \int \cdots\cdots$$

Sutherland $\eta = \dfrac{A\,T^{3/2}}{T+C}$

$\xi = \frac{c}{2\varepsilon}$ przyciąg

Schumann

$\eta = \eta_0 \sqrt{1+\alpha t}\,(1+\gamma t)^2$ Źle

Barus (189) $0°$ – $1300°$! Źle, H_2 ~~η~~ $\sim T^{2/3}$

$\sum c \cos\theta$ ~~...~~ $\underbrace{n(z+\xi)}$ $\dfrac{2\pi \sin\theta\, d\theta}{4\pi}$

$= n(z) + l \cos\theta \dfrac{\partial n}{\partial z}$

$\dfrac{c}{3\,n\pi\sigma^2\sqrt{2}} = \left(\dfrac{c}{\rho}\right)\dfrac{m}{3\pi\sigma^2\sqrt{2}}$

$\dfrac{\partial n}{\partial z} \sum c\,l\, \dfrac{\cos^2\theta \sin\theta\, d\theta}{2} = \dfrac{\partial n}{\partial z}\dfrac{c\lambda}{3}$

$\dfrac{c\lambda}{3} = D$ λ w mieszaninie

$= \dfrac{\eta}{\rho}$ $\dfrac{0{\cdot}00017}{0{\cdot}0013} = 0{\cdot}13$

Loschmidt 1870 $CO_2 \to$ air $0{\cdot}142$

Obermayer
$N - O$ $0{\cdot}179$
$CO - O$ $0{\cdot}187$
$H - O$ $0{\cdot}666$
$O - CO_2$ $0{\cdot}136$
$CO_2 - N_2O$ $0{\cdot}092$

$D = D_0\,\theta^n$

$CO_2 \to$ air $\;n =$ ~~0.96~~ $1{\cdot}97$

$H_2 \to O_2$ ~~0.75~~ $1{\cdot}76$

$CO_2 - N_2O$ $2{\cdot}050$

$$\lambda_1 = \frac{1}{\pi\left[\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}\right)^2 n_2 \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_2}} + \sigma_1^2 n_1 \sqrt{2}\right]}$$

$T = \text{const}$
$p = \text{const}$

$$\mu = U - TS + Apv$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial p} = \left[\frac{dU}{dp} - T\frac{dS}{dp} + Av + \cancel{Ap\frac{dv}{dp}}\right] dp$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial p} = Av \qquad \frac{\partial \mu}{\partial T} = \frac{\partial U}{\partial T} - S - \cancel{T\frac{\partial S}{\partial T}} + \cancel{Ap\frac{\partial v}{\partial T}}$$

$$d\mu = Av\,dp - S\,dT$$

$$\frac{dU + Ap\,dv}{T} = dS$$

$$T\frac{\partial S}{\partial p} = \frac{\partial U}{\partial p} + Ap\frac{\partial v}{\partial p}$$

$$T\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{\partial U}{\partial T} + Ap\frac{\partial v}{\partial T}$$

$$\psi = U - TS \qquad T\frac{\partial S}{\partial v} = \frac{\partial U}{\partial v} + Ap$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial v} = \frac{\partial U}{\partial v} - T\frac{\partial S}{\partial v} = Ap$$

$$dw = -\pi \sigma^2 n\,dx \cdot w \qquad = e^{-\alpha x}$$

$$w = C e^{-\pi \sigma^2 n x} \qquad w_0 = C = 1$$

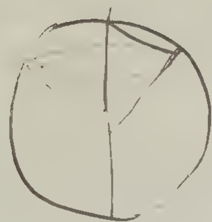
$$\cancel{\int_0^\infty dw = 1 = C}. \qquad \int x\,dw = \alpha\int x e^{-x}\,dx =$$

$$= \frac{x e^{-\alpha x}}{\alpha} - \ldots$$

$$\lambda = \frac{1}{nN\sigma^2} \qquad \lambda = \frac{1}{\alpha}$$

$$w = e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

			31	37	17	.5	2	1
95	82	72				3	4	...
0.1	0.2	0.333	0.5	1	2			



$g^2 = 2a^2(1-\cos\theta)$

$g = 2a\sin\frac{\theta}{2}$

$$\int \frac{2a\sin\frac{\theta}{2} \cdot 2\pi \sin\theta\, a\, d\theta}{4\pi a^2} = 4\int_0^{\pi} a\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, d\frac{\theta}{2}$$

$$= 4\,\frac{\sin^3\frac{\theta}{2}}{3}\Big|^{\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{3}a$$

Clausius $\lambda = \frac{3}{4 N\pi s^2}$

Maxwell $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi N s^2}$

$\frac{3}{4} = 0.75$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

$\lambda = \frac{c}{t}$

$N\pi s^2 \lambda = 1$

$\left[G(h+\lambda)\right]$

$\Sigma\left[G(h) + \lambda'\cos\theta\,\frac{\partial G}{\partial z}\right]$ $\underbrace{\frac{2\pi\sin\theta\, d\theta}{4\pi}\, c\cos\theta\, AOB}_{dN}$

$\Gamma = 2\,\frac{\partial G}{\partial z}\cdot c\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta\cos^2\theta\, d\theta}{2}$ $= 6$

$\boxed{\Sigma\lambda' = \lambda dN}$

$\Gamma = \frac{n}{3}\lambda c\,\frac{\partial G}{\partial z}$

$\frac{1}{3}$ --- $0{\cdot}350271$ ←

[illegible] Boltzmann —— Tait

Przy powierzchni:

$$\frac{1}{2}\int\left[NS + \frac{\partial S}{\partial z}\cos\theta\,\Sigma l\right]\cos\theta\sin\theta\,d\theta$$

$$= \frac{cNS}{4} + \frac{\partial S}{\partial z}\frac{c\lambda N}{3}$$

~~...~~

$$\frac{1}{2}\int cnm\,u = \frac{c\lambda n m}{3}\frac{\partial u}{\partial z}$$

ślizganie się gazu

spółczynnik prop. $\frac{1}{p}$

$$\frac{\partial u}{\partial z}$$

Dyfuzya wewnętrzna „in sich selbst"

Dyfuzya ciepła

$\vartheta = m_1 \vartheta c_v$

$\kappa = c_v \mu$

porówn. ...

$$F = \frac{nc\lambda}{3}\frac{\partial\delta}{\partial z} \qquad \delta = \frac{n_1}{n}$$

$$= \frac{c\lambda}{3}\frac{\partial n_1}{\partial z} = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial n_1}{\partial z} = \frac{\mu}{\rho m_1}\frac{\partial \rho_1}{\partial z}$$

$$\Gamma m = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \rho_1}{\partial z} = \mu\frac{\partial\left(\frac{\rho_1}{\rho}\right)}{\partial z} = \mu\frac{\partial \lambda_1}{\partial z}$$

metody: ~~...~~ Stefan, Kundt & Warburg, ... Schleiermacher

tablica względnych K

wyznaczenie energii wewnętrznej

prop. do spadku koncentracyi

spółczynnik dyfuzyi $: \frac{\mu}{\rho}$ osiątan 50

$0.000175 : 0.00129 = 0.136$

$= \text{prop.} \left(\frac{1}{\rho}\right)$

$= \text{prop.} \;\theta^{3/2}$

porówn. doświadcz.

$O_2 - CO_2$	0.101
$CO - O_2$	0.180
$CO - CO_2$	0.100
$CH_4 - CO_2$	0.159
pow. $- CO_2$	[illegible]
$H_2 - O_2$	0.722

$\frac{\cancel{}}{3} \frac{\partial y}{\partial z} \lambda c$

$\frac{\partial}{\partial z}\left(2\pi r \frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{\partial p}{\partial x}$

$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0$

$\frac{\partial}{\partial z}\left(2\pi r \frac{\partial \rho u}{\partial z}\right) = \rho \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p - p_0}{l}$

ρ

$\frac{2\pi r \sin\theta \, d\theta}{4\pi} \cos\theta \quad c \quad \underbrace{S(h+r)}_{\left[S(h) + \lambda \cos\theta \frac{\partial s}{\partial z}\right]} = \quad +$

$\sin u$

$\int \cos\theta \, d\theta \quad \sin\theta \, d\theta$

$\rho u = c$

$\rho \frac{\partial u}{\partial z} \ldots \quad \rho u = c$

$\frac{\partial}{\partial z}\left(r \frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{\partial p}{\partial x}$

$= f(x)$

środek masy $x = \dfrac{\sum m \xi}{M}$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\sum m \frac{d\xi}{dt}}{M} = \frac{\sum m u}{M}$$

to się zmienia podczas 1 sec. o $\mu \dfrac{\partial u}{\partial z}$: $\qquad \delta\left(M \dfrac{dx}{dt}\right) = \mu \dfrac{\partial u}{\partial z}$

zatem tak samo jak gdyby działała siła $\quad p_{xz} = \mu \dfrac{\partial u}{\partial z}$ = tarcie wewnętrzne

$$\mu = \frac{m n \lambda c}{3} = \frac{\rho \lambda c}{3}$$

Dla powietrza 15° C: $\quad \mu = 0{\cdot}00019$, $\quad \bar{c}_{15^\circ} = 462 \frac{m}{s}$ $\quad \Big\} \ \lambda = 0{\cdot}000010$ cm

Ilość spotkań każdej drobiny pro sec.: $\dfrac{46200}{0{\cdot}00001} = 4600 \cdot 10^6$

Wstawiając wartość $\lambda = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \dfrac{1}{n \sigma^2 \pi}$ $\qquad \mu = \dfrac{m c}{\sqrt{2}\, \sigma^2 \pi}$ zatem niezależne od gęstości

Maxwell otrzymał pierwszy raz ten wynik z wielkim zdziwieniem

$$~~dJ = J~~$$

$$dI = -I\,N\,dx \cdot \sigma^2 \pi$$

$$I = I_0\, e^{-N\sigma^2\pi x}$$

Prawdop. ~~zderzenia drogi~~ że nie nastąpi zetknięcie na drodze x $\quad f_1(x) = e^{-N\pi\sigma^2 x}$ | ponieważ z pewnością

~~Średnia wartość~~ ~~Najprawdop. wartość: $\frac{\partial f}{\partial x}$~~

(~~Prawdop.~~ Ilość. że nastąpi zetknięcie między x -- $x+dx$:

$$= dI = I_0 \cdot N\sigma^2\pi\, e^{-N\sigma^2\pi x}\, dx$$

Średnia długość drogi $\lambda = \dfrac{\sum x\, dI}{\sum dI} = \dfrac{I_0\, N\sigma^2\pi}{I_0} \displaystyle\int_0^\infty x\, e^{-N\sigma^2\pi x}\, dx \qquad N\sigma^2\pi = \alpha$

$$= \int \alpha x\, e^{-\alpha x}\, dx = -x\, e^{-\alpha x}\Big|_0^\infty + \int_0^\infty \underbrace{e^{-\alpha x}\, dx} = -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha x}\Big|_0^\infty = \frac{1}{\alpha}$$

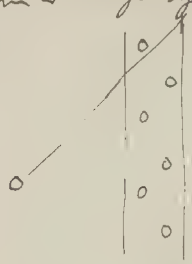
$$\lambda = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{N\sigma^2\pi}$$

x	I
0	100
$0{\cdot}01\lambda$	99
0·02	98
0·1	90
0·2	82
0·25	78
0·333	72

x	I
0·5	61
1	37
2	14
3	5
4	2
4·6	1

Przy tem jedna drobina ruchoma inne nieruchome

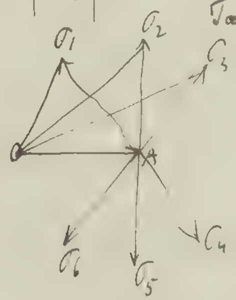
Jeśli N.p. wszystkie drobiny z równą prędkością poruszają się w odst. to można sobie zamiast tego wystawić że one w spokoju ale punkt prędkością prędkości do góry zatem



większe prawdop. bo warstwa grubsza w tym kierunku

w stosunku $\frac{1}{\cos\theta}$ powiększone

Tak w ogóle powiększone w stosunku $\frac{OO_1}{OA}$, $\frac{OO_2}{OA}$ etc.



Przeciętnie zatem

$$\frac{\int_0^\pi 2\pi \sin\theta\, d\theta \cdot 2\sin\frac{\theta}{2}}{\int_0^\pi 2\pi \sin\theta\, d\theta \cdot 1} = \frac{8\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, d\frac{\theta}{2}}{2\,\cancel{\int \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, d\frac{\theta}{2}}}$$

$$= \frac{4}{3} \qquad \text{zatem} \quad \lambda = \frac{3}{4N\pi\sigma^2}$$

Uwzględniając prawo Maxwella przez ścisłą kalkulację rezultat: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\, N\pi\sigma^2}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

$$\frac{3}{4} = 0.75$$

ilość spotkań każdej drobiny pro sec: $\frac{c}{\lambda}$

$p = \frac{n m \bar{c}^2}{3}$ ~~Jeśli drobiny różnych rodzajów zmieszane $n\bar{c}^2$ równe, więc przy równem ciśnien. w równ.~~

albo lepiej przyjmujemy że $m\bar{c}^2$ = prop. Temp. , zatem przy danem T, p : n musi być równe

Prawo Avogadra. Do wyjaśnienia ilości tym czasem jeszcze nie obliczymy.

Temp. wzgórz

Impulsy

$$F = \cancel{M \frac{d^2 x}{dt^2}} = -m \frac{d \dot{x}}{dt}$$

Podczas jednego ud.

$$\int_0^\tau F dt = \cancel{M \int \dot{x}} = -m(\xi - \xi') \quad \text{jeśli sprężyste}$$

$$= -2m\xi$$

Podczas dłuższego czasu T

$$\int_0^T F\,dt = \int_0^{\tau_1} + \int_{\tau_2}^{\tau_3} + \dots = 2 N m \xi \qquad N = \text{ilość uderzeń} = n \frac{\xi}{2l} T$$

$$\frac{mc^2}{2} = \alpha T$$

$$p = n \frac{m}{m} \frac{mc^2}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3} \frac{\rho}{m} \alpha T = R \rho T$$

$$R = \frac{2}{3} \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{przeciętne ciśnienie} = \frac{1}{T} \int_0^T F dt = n m \xi^2 = p$$

Jeśli drobiny rozmaitych rodzajów zmieszane $p = \frac{n_1 m_1 \bar{c}_1^2}{3} + \frac{n_2 m_2 \bar{c}_2^2}{3}$

$$p = \frac{\rho_1 \bar{c}_1^2 + \rho_2 \bar{c}_2^2 + \dots}{3} = \qquad p_1 = \rho_1 R_1 T$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\rho_1}{m_1} \frac{m_1 \bar{c}_1^2}{2} + \dots\right] = \frac{\rho_1}{m_1} \alpha T + \dots = \rho_1 R_1 T + \dots$$

$$= p_1 + p_2$$

$$= \frac{2}{3}\left[\frac{\rho_1}{m_1} \alpha T + \frac{\rho_2}{m_2} \alpha T \dots\right] = \rho_1 R_1 T + \rho_2 R_2 T + \dots \quad //$$

Dalton

$$p = n m \overline{\xi^2}$$

$$p = n m \xi^2$$

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = c^2$$

Gdyby wszystkie jednakowe prędkości

$$\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2} + \overline{\zeta^2} = \overline{c^2}$$ Przeciętna wartość kwadratu prędkości

ale w rzeczywistości przeciętną wartość

$$\overline{\xi^2} = \frac{\overline{c^2}}{3}$$

bo nachylenie i bo różnica bezwzględnej wartości

$$p = \frac{n m \overline{c^2}}{3}$$

W tem obliczeniu 1). pominięto rozmiary kulki bo: σ $t = \frac{2l}{v}$

2). pominięty wpływ zderzeń kulek między sobą, ten jednak nic nie znaczy dopóki rozmiary ich małe w porówn. do drogi przeciętnej.

Ściślejszy wywód później poznamy

$$n m = \rho \qquad p v = \frac{\overline{c^2}}{3}$$

prawo Boyl- Mariotte: $\frac{\overline{c^2}}{3} = RT$

$$\frac{m\overline{c^2}}{2} = \frac{3}{2} m R T$$

$$= \frac{3}{2} r T$$

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{3RT}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$ Niesłusznie uważano to za dowód prawa Bunsena

powietrze $\sqrt{\frac{3 \cdot 10^6}{0.001293}}$

6·47712	
0·11160 − 3	
9·36552	
4·68276	

$482 \frac{m}{sec}$ wodór 1827

11160
95361
1·1580
0·5790
·828
5·2618
6712
4·5906

3793

$$CO_2: \sqrt{\frac{12}{44} \cdot \frac{32}{}} : 2 = \sqrt{22} =$$ 1·3424 0·6712

$\underline{390}$

mniej więcej prędkość głosu, co tu zrozumiałe

Dążenie do sprowadzenia wszystkich praw zjawisk do takiego rodzaju | Zachowanie energii układu zamkniętego

a jeżeli się udziela energii z zewnątrz:

$$\delta Q = dU + \delta T$$

ciepło udzielone, część użyta na pracę wewnętrzną, pracę zewnętrzną

Zatem jeżeli $\delta Q = dU + dW$

energia potenc.

część spożytkowaną widocznie

część niewidoczną $\longrightarrow \Delta E = \Delta U + \Delta P$

przy ucisku w górę ... że podniesie się ... przeprowadzę te części energii wewn.: pracę

~~Energia kinetyczna ... część ukrytych~~

Ruchy wykresu Helmholtza

Pierwsza zasada w prosty sposób na niektórych rodzajów systemów mechanicznych (np. cyklicznych)

Także druga zasada, o ile dotyczy zjawisk odwracalnych; trudność: nieodwracalność

bo przykładowo ... —

Tylko w bardzo specjalnych przypadkach ... wykazano. i nieodpowiedniość

Energia wewnętrzna U będzie zatem = suma energii potenc. i energii kinet. ukrytych ruchów

Co będzie „temperatura"?

Racjonalna definicja byłaby z pomocą II zasady. Boltzmann: energia kinet. ruchu jakiegoś systemu

ale w ogólności jeszcze nie przeprowadzono

Ograniczymy się do drobin kulistych

Funkcja, która się sama przez się wyrównuje w obrębie gazu złożonego z różnych składników

Temperatura = energia kinet. przeciętnego ruchu postępowego cząsteczki.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F$$

$$\int F\,dt = m\frac{dx}{dt}\Big|$$

$$C = c + 2m'\frac{c'-c}{m+m'}$$

$$C = -c \quad \text{jeżeli} \qquad -c = m'\frac{c'-c}{m+m'}$$

$$-mc = +m'c \qquad = mg\frac{t}{2}$$

$$= F\frac{t}{2}$$

która była uderzenie

$$F = \frac{2Nmc}{t}$$

jeżeli w określonym kierunku; a tylko $\frac{1}{3}$ ⊥

$$\frac{Nmc^2}{3} \quad \text{na sek.}$$

$$V_1 = V + 2\,m\,\frac{V-v}{m+M}$$

$$\cdots^2 - m v^2$$

$$v_1 = v + 2M\,\frac{v-V}{m+M}$$

$$\cdots (V-v)^2\,\frac{m^2-M^2}{(m+M)^2}$$

$$m\frac{v_1^2}{2} - \frac{M V_1^2}{2} =$$

$$8\,m'm\,\frac{c-c}{m+M'}$$

$$\frac{m P^2}{2} - \frac{m' P'^2}{2} = \left[\frac{8mm'}{(m+m')^2} - 1\right]\left[\frac{m' p'^2}{2} - \frac{m p^2}{2}\right] + \frac{4mm'(m-m')pp'}{(m+m')^2}$$

~~$8mm'$~~

$$\frac{8(1+\delta)}{(2+\delta)^2} - 1 = \frac{2\cancel{(1+\delta)}\cancel{(\ldots)} - (1+\frac{\delta}{2})^2}{(2+\delta)^2}$$

$$\frac{8+8\delta-4-4\delta-\delta^2}{(2+\delta)^2} = \frac{4+4\delta-\delta^2}{(2+\delta)^2} = \left(\frac{2(-\ldots)}{2+\delta}\right)^2 \ldots$$

$$= 1 - \frac{2\delta^2}{(2+\delta)^2} = 1 - 2\left(\frac{\delta}{2+\delta}\right)^2$$

Nie mogą to iżby wszystkie musiały mieć tę samą energię kinet.

tylko przeciętną wartość

Żeby $V_1 = -V$ $\qquad V\cancel{\left(1+\frac{m}{m+M}\right)} - \cancel{\frac{2m}{m+M}} = 0$

$mv = -MV \qquad V_1 = V + 2m\,\frac{V\left(1+\frac{M}{m}\right)}{m+M}$

$mv + MV = mv' + MV'$ $\qquad$ $m(v-v') = M(V'-V)$

$m\frac{v^2}{2} + M\frac{V^2}{2} = m\frac{v'^2}{2} \ldots$ $\qquad$ $v+v' = V'+V$ $\quad$ M

$\cancel{v' = \frac{2MV + v(m-M)}{m+M}}$

$\cancel{v' = v + \frac{2M}{m+M}(V-v)}$

$\cancel{v + 2M\frac{\frac{Mv}{M}-v}{m+M} = \frac{mv+Mv+2Mv-2Mv}{m+M} = 3mv - Mv}$ $\qquad$ $\cancel{V' = V + 2m\frac{v-V}{m+M}}$ $\quad$ $\cancel{\frac{-MV+mV-2mv}{m+M}}$

$-mv + Mv + mv' + Mv' = 2MV$

$$v' = \frac{2MV + mv - Mv}{m+M} = v - \frac{2Mv}{m+M} + \frac{2MV}{}$$

$$v' = v + \frac{2M}{m+M}(V-v)$$

$$V = -\frac{mv}{M}$$

$$v' = v + \frac{2M}{m+M}\left(\frac{m}{M}+1\right)v = -v$$

wyobraźmy sobie że to sprężyna . .

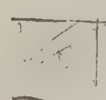
$$mv = MV = Mg\frac{t}{2} = F\frac{t}{2}$$

jeśli

$F = 2\frac{mv}{t}$ $\qquad$ $t = \frac{2l}{v}$

$$F = \frac{mv^2}{l}$$

 $\quad$ $p = \frac{nmc^2}{3}$



boczne składowe
bez wpływu

$$v' = v + 2M\,\frac{V-v}{m+M} = v\left[1-\frac{2M}{m+M}\right] + \frac{2MV}{m+M}$$

$$V' = V + 2m\,\frac{v-V}{m+M} = V\left[1-\frac{2m}{m+M}\right] + \frac{2mv}{m+M}$$

$$\frac{MV'^2}{2} - \frac{mv'^2}{2} = \frac{MV^2}{2} - \frac{mv^2}{2} + \frac{2}{(m+M)^2}\left[Mm^2(v-V)^2 - mM^2(V-v)^2\right]$$

$$+ \frac{4mM}{m+M}\left(\cancel{Vv} - V^2 - \cancel{vV} + v^2\right)$$

$$= \cancel{MV}$$

$$MV^2\left[1-\frac{4m}{m+M}+\frac{4m^2}{(m+M)^2}\right] + \frac{4m^2\cancel{M}v^2}{(m+M)^2} + \frac{4mMVv}{m+M}\left(1-\frac{2m}{m+M}\right)$$

$$-\left\{mv^2\left[1-\frac{4M}{m+M}+\frac{4M^2}{(m+M)^2}\right] + \frac{4M^2mV^2}{\cdots} + \frac{4mMVv}{\cdots}\left(1-\frac{2M}{m+M}\right)\right\}$$

$$= MV^2\left[1-\frac{4m}{m+M}+\frac{4m^2}{(m+M)^2} - \frac{4Mm}{(m+M)^2}\right] - mv^2\left[\;\cdots\;\right]$$

$$+ \frac{4mMVv}{m+M}\,\frac{2(M-m)}{m+M}$$

$$= \cancel{MV^2\left[1-\frac{4m}{m+M}+\frac{4m}{m+M}\right.}\; MV^2\left[1-\frac{8mM}{(m+M)^2}\right] - \cdots$$

$$= \left(\frac{MV^2}{2} - \frac{mv^2}{2}\right)\left(1-\frac{8mM}{(m+M)^2}\right) + \frac{4mM\cdot vV\,(m-M)}{(m+M)^2}$$

Rachunek Maxwella

Doświadcz.: $\varkappa, \mu \sim \theta$ $D \sim \theta^2$ niezal. od ciśnienia

przybl. $\sim \theta^{\frac{2}{3}} - \theta$ $\theta^{1.7} - \theta^2$

Założenie sił przyciągających zupełnie podobne Konsekwencje [

Sutherland: przyciąganie kulki $\frac{c}{r^4}$ $\eta = \eta_0 \frac{1+\alpha c}{1+\frac{c}{\theta}} \sqrt{1+\alpha\theta}$

Przyroda się nie troszczy o to czy my umiemy ściśle rozwiązać [illegible] funkcjami [illegible]

Oczywiście musimy więc dostać siły innego rodzaju więc nie można się spodziewać ilościowej zgodności dla różnych gazów. Co najwyżej dla jednoatomowych.

Vortex atoms
Electrical - atoms

Ale w całości mechaniczny obraz zgadza się świetnie.

Tak daleko że odwrotnie można by wiele wywodzić

N.p. skok temper. || Przy [illegible] rozrzedzeniu!

Wyjaśnił przy dalszym ~~uzupełnieniu~~ wykończeniu rachunków

Stresses in rarefied gases

Thermal transpiration

Utarcie wyższych rzędów. Są to dość [illegible] w porówn. do nacisk i do sił.

Mechanizm prosty ale prawa skomplikowane.

Stanowczo jedno założenie dotychczas: że gaz termodynamicznie idealny

Aż; drogi prostolinijne zaniedbane wpływ sił.

Zjawiska wskazują że siły przyc. i odpych.

Ciecz: spójność = siły przyciąg.

Odwracalność każdego ruchu tego rodzaju

ilość takich odwrotnych spotkań

$d\sigma\, d\omega_1'\, d\omega_2'\, dt\ f_1'\, f_2'\ g'\ b'\ db'\ d\xi'$ | siły oddziaływ. tamby mogły wyrazić jako fu $(\xi\ \eta\ \zeta\ \sim\ )$

$b = b'$

$g = g'$

$d\xi = d\xi'$

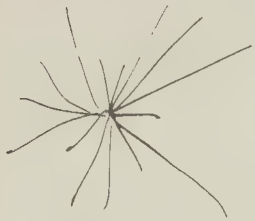
zresztą to tylko przestrzeń zjawisk - twierdzenie

z stąd całe powiększenie $d\sigma\, d\omega_1\, dt \iiiint\iint (f_1' f_2' - f_1 f_2)\, g\, b\, \cancel{db\, d\omega}_1\, d\xi$

Zatem równanie statyczne:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \xi \frac{\partial f_1}{\partial x} + \eta \frac{\partial f_1}{\partial y} + \zeta \frac{\partial f_1}{\partial z} = \iiint_0^\infty \int_0^b \int_0^{2\pi} (f_1' f_2' - f_1 f_2)\, g\, b\, db\, d\omega_1\, d\xi$$

Graficzne przedstawienie prędkości; tyle punktów ile drobin w



ilość drobin przypadających w dv o prędkościach

prędkości $d\xi$ ... dn $\Big\}\, d\omega$

$$dn = f(x\,y\,z\;\xi\,\eta\,\zeta\,t)\,dv\,d\omega$$

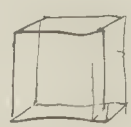
Za czas $t+dt$: $dn' = f(\ldots\; t+dt)$

$$dn' - dn = \frac{\partial f}{\partial t}\,dv\,d\omega\,dt$$

~~to zmiana~~
to pochodzi

1. Wędrówka drobin te które leżały w dv i posiadały ξ wyniosą się w kierunku x

podczas czasu dt tyle ile leży w obrębie $dy\,dz\,\xi\,dt$



tj: $dy\,dz\,\xi\,dt\; f(x+dx, y, z, \xi \ldots)\,d\omega$

A weszły $\xi\, f(x \ldots)\,dy\,dz\,d\omega\,dt$

W całości weszło $-\left(\xi\frac{\partial f}{\partial x} + \eta\frac{\partial f}{\partial y} + \zeta\frac{\partial f}{\partial z}\right) dv\,d\omega\,dt$

2) ~~Zderz~~ Spotkania itd.

Wiele spotkań między drobinami ~~ω_1 i ω_2~~ $\xi_1\,\eta_1\,\zeta_1$ i $\xi_2\,\eta_2\,\zeta_2$

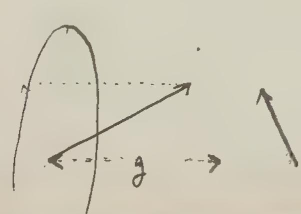
ilość $f(x\,\xi_1 \ldots) = f_1$

~~Spotkanie~~: wtedy gdy drobiny odległość $< \sigma$

Wystawiamy sobie prędkość względną g co do kierunku i wielkości

i kreślimy E potęgową z punktu 1

kręgiem σ



wtedy spotkanie jeśli także drugi punkt przechodzi wewnątrz kręgu

element pow. w tym kręgu b największa odległość do której by doszły głęby

$b\, db\, d\varepsilon$

podczas czasu dt ta płaszczyzna posuwa się o $g\, dt$

więc objętość przestrzeni „wymieciony" przez ów element

$$b\, g\, db\, d\varepsilon\, dt$$

A tak dla każdego z wszystkich punktów 1 zatem w całości:

$$\Sigma\, d\omega = f_1\, do\, d\omega_1\, g\, b\, db\, d\varepsilon\, dt$$

zatem w tej objętości będzie liczba punktów 2 :

$$f_1 f_2\, g\, b\, do\, d\omega_1\, d\omega_2\, db\, d\varepsilon\, dt$$

Zatem ilość zderzeń $do\, d\omega_1\, d\omega_2\, dt \int_0^\sigma b\, db \int_0^{2\pi} d\varepsilon\, f_1 f_2$

~~punktu~~ Zatem ilość zderzeń punktów $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$ z innemi:

$$do\, d\omega_1\, dt \iiint \int_0^\sigma \int_0^{2\pi}$$

a potem te wszystkie ~~po~~ kierunki i prędkości ξ, η, ζ się zmienią

Ale zato także odwrotne zderzenia: takie przy których prędkości początkowe inne

a ostateczne $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$

tamte spotkania $f_1\, do\, d\omega - b\, d\varepsilon$ zmienny prędkości 1, 2, za inne 1', 2'

Można obliczyć jeśli znane siły $\xi_1' \eta_1' \zeta_1'\ \xi_2' \eta_2' \zeta_2'\ b'\ \varepsilon' = f_{..}(\xi_1 \eta_1 \zeta_1\, \xi_2 \eta_2 \zeta_2\, b\, \varepsilon)$

i odwrotnie

cz cz cz cz   tak samo prawdop. jak   cz cz cz b

ale ma   cz cz b cz

cz b cz cz

b cz cz cz

prawdop. 4 większe

b b cz cz   cz cz b b

b cz b cz   cz b cz b

cz b b cz   b cz cz b

$$\frac{4!}{2!\,2!} = \frac{1.2.3.4}{2.2} = 6$$

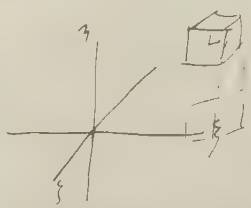
bo wszystkich możliwych 4! permutacji ale z tych permutacje białych między sobą i czarnych między sobą nie liczą się jako osobne, więc przez ilość tych : –

w ogólnym przypadku $\frac{20!}{10!\,10!}$

Tak samo jeśli w urnie różne ilości białych czarnych czerwonych a b c do prawdop. ...

$$= \frac{(a+b+c)!}{a!\,b!\,c!}$$

Prawdop. położeń



rozdzielenia punktów w komórki w ~~...~~

prawdop. że dana drobina znajdzie się jedynej równa prawd. jak w urnie itd.

jeśli zatem $n_1 + n_2 + n_3$ drobin to prawd. że n_1 leży w pierwszej n_2 w drugiej ...

$$p = \frac{(n_1 + n_2 + n_3 -)!}{(n_1\omega)!\,(n_2\omega)!}$$

do prawd. że wszystkie razem w jednej

$$\frac{dH}{dt} = \iiint \frac{\partial f}{\partial t} \lg f \, d\sigma \, d\omega = \iint \lg f \, [f'f_1' - f f_1] \, g b \, db \, d\varepsilon \, d\sigma \, d\omega \, d\omega_1$$

$$= \iiint \lg f_1 [f'f_1' - f f_1] \ldots \quad d\omega \, d\omega_1$$

$$= \frac{1}{2} \iiint \lg (f f_1) [f'f_1' - f f_1] \ldots \quad d\omega \, d\omega_1$$

$$= \frac{1}{2} \iiint \lg f'f_1' \; [f f_1 - f'f_1'] \ldots \quad d\omega' \, d\omega_1'$$

$$= -\frac{1}{4} \iiint [\lg f'f_1' - \lg f f_1][f'f_1' - f f_1] \ldots$$

ponieważ $\lg x$ rośnie razem z rosnącym x $\qquad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{x}$

to jeśli $x_1 > x_2$. także $\lg x_1 > \lg x_2$ $\qquad x_1 - x_2 > 0 \qquad \lg x_1 - \lg x_2 > 0$

$x_1 < x_2$ $\qquad \lg x_1 < \lg x_2$ $\qquad x_1 - x_2 < 0 \qquad \lg x_1 - \lg x_2 < 0$

iloczyn zawsze > 0

więc w ogóle wyrażenie pod $\iiint > 0$ więc $\frac{dH}{dt} < 0$.

Wielka ilość kul czarnych i białych

20 losowań $\qquad$ prawdop. otrzymania 10 białych 10 czarnych $\qquad$ stosunek permutacji

sama czarna

$cz_1 \quad cz_2 \quad b_1 \quad b_2 \qquad cz_1 \quad cz_2 \quad cz_3 \quad cz_4$

$cz_2 \quad cz_1 \quad b_1 \quad b_2$

$cz_1 \quad cz_2 \quad b_2 \quad b_1 \qquad\qquad n!$

$cz_2 \quad cz_1 \quad b_2 \quad b_1$

$cz_1 \quad b_1 \quad cz_2 \quad b_2 \quad \to \; n! \; \frac{n}{2}! \; \frac{n}{2}!$

$\overbrace{\ldots}^{10} \; \overbrace{\ldots}^{10}$

a a a $\quad$ b b b

a a b $\quad$ a b b

a b a $\quad$ a b b

b a a $\quad$ a b b

$$2\pi r\,dr\,\frac{\partial p}{\partial x}\,l = 2\pi l\,\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)dr$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$p_1 u_1 = p_2 u_2 \qquad \frac{\partial (pu)}{\partial x} = 0 = u\frac{\partial p}{\partial x} + p\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\boxed{pu = f_1(r)}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = \cancel{f(x)}\ \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = r f(x)$$

$$r\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{r^2}{2} f(x) + \psi(x)$$

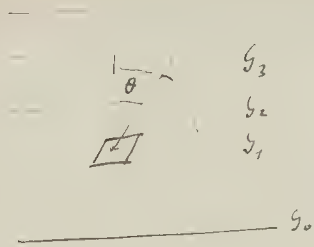
$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{r}{2} f(x) + \frac{1}{r}\psi(x)$$

$$u = \frac{r^2}{4} f(x) + \cancel{\log r\,\psi(x)} + \chi(x)$$

$$u = \frac{r^2-\delta^2}{4}\,\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{r^2-\delta^2}{4}\,\frac{1}{p}$$

$$\frac{r^2-\delta^2}{4}\,\underbrace{f(x)\,p} = f(r)$$

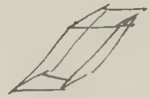
$$p = f(x)$$



w każdej warstwie drobiny zbliżające się [illegible] G

$$\frac{2\pi \sin\theta \, d\theta}{4\pi} n = dn_\vartheta$$

zatem przechodzą [illegible]



podczas 1 sec: $c\,\dfrac{\cos\theta \sin\theta \, d\theta}{2} n = N$

Każda drobina wynosi z położenia $G_{(z)} + l\cos\vartheta \dfrac{\partial G}{\partial z}$

zatem wszystkie razem:

$$\cancel{\Sigma G_{(z)} + \frac{\partial G}{\partial z}}$$

$$N G + \frac{\partial G}{\partial z}\cos\theta \, \Sigma l$$

$$N G - \frac{\partial G}{}$$

zatem różnica: $2\dfrac{\partial G}{\partial z}\cos\theta \, \Sigma l$ $\qquad \Sigma l = \lambda N$

$$2\frac{\partial G}{\partial z}\cos\theta \, \lambda N = n\lambda c\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\theta \sin\theta = \frac{n\lambda c}{3}\frac{\partial G}{\partial z}$$

Jeżeli się nie robi założenia że wszystkie prędkości równe: otrzymuje się 0·350271 zamiast $\frac{1}{3}$

N. p. $G =$ elektryczny ładunek

albo $G = mu$

wtedy przez 1 cm² przewodzona ilość ruchu $\dfrac{mn\lambda c}{3}\dfrac{\partial u}{\partial z} = \mu\dfrac{\partial u}{\partial z}$

$$\mu = \frac{mn\lambda c}{3}$$

$\frac{9}{V}$

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum (y - a - bx - cx^2)^2 = 0$$

$$\sum (y - a - bx - cx^2) = 0 \qquad \sum x\,(y - a \; \ldots$$

$$\cancel{\sum y} + na + b\sum x + c\sum x^2 = \sum y$$

$$\cancel{\sum xy} + a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 = \sum xy$$

$$\cancel{\sum x^2 y} + a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 = \sum x^2 y$$

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \sum y & \sum x & \sum x^2 \\ \vdots & \ddots & \\ & & \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum x & \sum x^2 \\ & \ddots & \\ & & \end{vmatrix}}$$

$$r = \frac{1{\cdot}24 \cdot \alpha}{\rho c^2} \qquad \rho\frac{c^2}{3} = p$$

$$\cancel{\alpha = \frac{3p \cdot 10^6}{1{\cdot}24} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-8} \cdot 10^6}{1{\cdot}24} = \frac{15 \cdot 10^{-2}}{4{\cdot}4} = 0{\cdot}12}$$

$$500$$

$$\frac{1{\cdot}24 \cdot 80}{50000^2} = \frac{100}{25 \cdot 10^8} = 4 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{c\,n\,m\,u}{4} + \frac{1}{6}\,c\,\lambda\,m\,n\,\frac{\partial u}{\partial z}$$

-

~~2 Würfeln~~ 2 Kostki prawdop. pewnej sumy.

Możliwe Kombinacye : 36

Suma 2 ...	1 . 1,	1	$\frac{1}{36}$
3	2.1 1.2	2	$\frac{2}{36}$
4	2.2 . 1.3, 3.1	3	$\frac{3}{36}$
5	1.4 2.3, 3.2, 4.1	4	$\frac{4}{36}$
6		5.	$\frac{5}{36}$

Monaco

Roulette $\frac{1}{36}$ wypł. 35 razy zatem: prawdop. zwrotu wkładki: $\frac{35}{36}$

$$\frac{\partial}{\partial a}\sum[y-f(x)]^2 = 0 \quad \text{etc.}$$

$$f(x) = a + bx + cx^2$$

$$\frac{\partial}{\partial a\, b\, c}\sum y - a - b\sum x - c\sum x^2]^2 = 0$$

$$\sum y - a - b\sum x - c\sum x^2 = 0$$

$$\sum(y-a-bx-cx^2)=0$$

$$\sum x(y-a \quad \quad)=0$$

~~$\frac{c}{A}\left(\rho u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z}\right)$~~ ~~Loterya 90~~

6 Numerów 2 się wyciąga, jakie prawdop. że dana kombinacya wypadnie? (2 numerów) (~~bez względu na porządek~~)

1 2	2 1	3 1	4 1
1 3	2 3	3 2	
1 4	2 4	3 4	
1 5	2 5	3 5	
1 6	2 6	3 6	

z tych sprzyjają wyp. 1 zatem prawdop. $\frac{1}{30} = \binom{6}{2} = \frac{6.5}{1.2}$

---

90 Numerów 5 zostaje wyciągniętych

prawdop. Quinterno : $\binom{90}{5} = \frac{1}{43,949\,268}$

prawdop. że wyjdzie jeden numer : $\frac{5}{90} - \frac{1}{18}$

wyjdą dwa numery każda z $\binom{90}{5}$ kombinacyj równie możliwa sprzyjających takie w których owe dwa numery znajdują się między pięcioma wyp. $= \binom{5}{2}$

$$W_2 = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{90}{2}} = \frac{10}{4005}$$

$$W_3 = \frac{10}{117.480}$$

$$W_4 = \frac{5}{2,555.190}$$

---

moralna Korzyść ~~[illegible]~~

$$\text{Korzyść} = \int \frac{dx}{x} = a \lg \frac{x_1}{x_2}$$

~~korzyść~~ moralna wielkość $= k.a \lg \frac{x_1}{x_2}$

N.p. dwaj gracze równi :

$$a\left[\log \frac{c+\delta}{c} + \lg \frac{c-\delta}{c}\right]$$

$$= a\left[\lg\left(1+\frac{\delta}{c}\right) + \lg\left(1-\frac{\delta}{c}\right)\right] = a\left\{\begin{array}{l} \frac{\delta}{c} - \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{c}\right)^2 + \cdots \\ - \frac{\delta}{c} - \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{c}\right)^2 - \cdots \end{array}\right\} = -

Teorya błędów

wielka ilość spostrzeżeń, średnia wartość = najprawdop.

dlaczego prawd. największa że średnia wartość = prawdziwa

$\alpha_1 - x = \delta_1$

$\alpha_2 - x = \delta_2$

$\alpha_3 - x = \delta_3$

$\alpha_n - x = \delta_n$

prawd. że błąd δ_n = $f(\delta_n)$

$f(\delta_1)\, f(\delta_2) \ldots = W(x)$

$\lg f(\delta_1) + \lg f(\delta_2) \ldots = \lg(Wx)$

$-dx = dz_i$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0 = -\Big[\underbrace{\frac{f'(z_1)}{f(z_1)} + \frac{f'}{f(z_2)} + \frac{f'}{f(z_3)} + \ldots}\Big] = 0$$

to dla wartości: $x = \dfrac{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots}{n}$

t.zn. $(z_1 + z_2 + \ldots z_n) = 0$

$z_n = -(z_1 + z_2 + \ldots)$

$$\frac{\frac{df}{dz_i}}{f(z_i)} = \varphi(z_i)$$

$$\varphi(z_1) + \varphi(z_2) + \varphi(z_3) + \underbrace{\quad \varphi(z_n) = 0 \qquad z_n = -(z_1 + z_2 + \ldots z_{n-1})}$$

$$\frac{\partial}{\partial z_k} \qquad \frac{d\varphi(z_k)}{dz_k} + \frac{d\varphi(z_n)}{dz_n}\underbrace{\frac{\partial z_n}{\partial z_k}}_{=-1} = 0$$

zatem: $\dfrac{d\varphi(z_1)}{dz_1} = \dfrac{d\varphi(z_2)}{dz_2} = \dfrac{d\varphi(z_3)}{dz_3} = \ldots = k$

$\varphi(z) = kz + c = \dfrac{f'}{f}$, $c = 0$

z powodu $\Sigma\varphi = 0$

zatem $f = a e^{k\frac{z^2}{2}}$

$$f = a e^{-h^2 z^2} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 z^2}$$

1). Prawdopod. rzucenia pierwszym razem 1 : -- $\frac{1}{6}$

2). nie rzucenia " 1 : $\frac{5}{6}$

---

3). rzucenia drugim rzutem 1 : $\frac{1}{6}$

4). rzucenia nie pierwszym ale drugim : $\frac{5}{36} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}$

5). rzucenia albo pierwszym albo ↑ $\frac{1}{6} + \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$

~~[illegible]~~

6 kul między któremi 1 biała

1). - Prawdop. $\frac{1}{6}$

2). -- nie ciągnięcia $\frac{5}{6}$

---

3). Prawdop... ciągnięcia albo [illegible] $\frac{11}{36}$

Jeżeli zaś jednak wyjęta kula ciągnięta to

prawd. wyciągnięcia drugim razem ale nie pierwszym $= \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$

prawd. albo drugim albo pierwszym : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{12}{36}$

O śmiertelności etc.

I. Jeśli zjawiska od siebie niezależne to

prawdop. zdarzenia się jednego lub drugiego = suma prawdop. pojedynczych

~~Wyp~~ Wypływa z definicji

N.p. prawdop. wyrzucenia 4 dwiema kostkami $= \frac{1}{3}$

[Ale prawdop. żeby suma była = 4 zupełnie inne!]

prawdop. wyrzucenia 4 ośmioma rzutami = 2/[illegible]

Jeśli redakcja jakaś stosuje z $\frac{1000}{30} = 33$ osób to (wg Zorza) w ciągu jednego stulecia umierać będzie / w prawda jeśli więcej niż stu to mówię to bardzo zmienne!!

II). Pod tym samym założeniem: prawdop. równoczesnego zdarzenia się dwóch zjawisk = iloczyn prawd.

N.p. dwiema kostkami

aby obydwie: 4 — $\frac{1}{36}$ itd.

tym sposobem udowodniona, ponieważ ona właściwie ~~[illegible]~~ służy do określenia pojęcia temperatury. To się udało dotychczas tylko dla gazów idealnych (i V.d.W. ?)

Przy ruchu postępowym średnia energia kinet. Nazwijmy energ. składową $= \varepsilon = a\theta$

$$\frac{mc^2}{2} = \frac{m\overline{\xi^2}}{2} + \frac{m\overline{\eta^2}}{2} + \frac{m\overline{\zeta^2}}{2} = 3\varepsilon = 3a\theta$$

$a =$ czynnik proporcjon.

zatem

$$pV = N\frac{mc^2}{3} = N\cdot 2a\theta \qquad 2aN = R$$

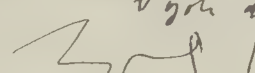
zatem prawo Avogadra: „przy równym ciśn. i temp. równa ilość drobin różnych gazów w danej objętości."

Dotychczas uważaliśmy prędkości jako równe

Spotkanie drobin zmienia nietylko kierunek ale także wielkość prędkości

Mogą być albo bardzo duże

W górę drogi zatem



Metoda statystyczna, przejęta z rachunku prawdopodob.

Kostka: wielka ilość rzutów

Jeżeli ~~[illegible]~~ kostkę ~~[illegible]~~ rzucam to —

stosunek przypadków sprzyjających do przyp. możliwych = prawdopodob.

N.p. prawdop. że mieszkaniec Lwowa umrze w przeciągu roku tego $= \frac{30}{1000}$

Wiednia $\frac{20}{1000}$

prawdop. rzucenia 4 jednym rzutem : $\frac{1}{6}$

Tak wprowadziliśmy dla gazu złożonego z ~~[illegible]~~ drobin różnego rodzaju że (przeciętna) równowaga osięgnięta dopiero przy ~~równości~~ przeciętnej energii kinet. [To bynajmniej nie znaczy że każda indywidualna drobina będzie mieć tę samą prędkość", tylko przeciętnie w ciągu pewnego czasu!]

To samo odnosi się jednak nietylko do takiego gazu ale do bardzo ogólnego rodzaju systemów mechanicznych.

Twierdzenie Maxwella:

W systemie (układzie mechanicznym) konserwatywnym, ~~który każdy ma~~ określonym przez spółrzędne ~~[illegible]~~ .. $p_1\ p_2\ p_3$, ~~[illegible]~~ jeśli energia kinetyczna wyrażona jako: $T = \frac{1}{2}\Sigma(\dot q_1^2 + \dot q_2^2 + \dots)$ to w pewnym stanie stałym przeciętne wartości składowych energii kinet. równe $\overline{q_1^2} = \overline{q_2^2} = \dots$

Tak więc w systemach mechanicz.: w stanie stałym jeśli równe są energie kinet. ruchów składowych

~~[illegible]~~ termodynamice : jeśli temperatura wszędzie równa

Zatem jeśli stany rów. : musimy przyjąć że

temp. = fc.(przeciętnej energii kinet. ruchu składowych)

~~A Boltzmann~~ Istotnie nawet temp. = energii ...

jako to wynika z rozpatrywania ~~[illegible]~~ gazów idealnych

~~[illegible]~~ Ogólny dowód Boltzmann wymagałby okazania że entropia możnaby

$$M U'^2 - m u'^2 = M\left[(M-m)^2 U^2 + 4m^2u^2 + 4m(M-m)uU\right] \Big/ (m+M)^2$$
$$- m\left[(M-m)^2u^2 + 4M^2U^2 - 4M(M-m)uU\right] \Big/$$

$$= \underbrace{\left(M(M-m)^2 - 4mM^2\right)}_{} U^2 - \left[m(M-m)^2 - 4Mm^2\right]u^2 + 8m\frac{M(M-m)}{(m+M)^2}uU$$

$$\left[(M-m)^2 - 4mM\right](MU^2 - mu^2) +$$

$$\Delta' = \left.\underbrace{\frac{\left[(M-m)^2 - 4mM\right]}{(m+M)^2}}\right\} = 1+\delta \quad \Delta$$

$$= \frac{(M+m)^2 - 8mM}{(m+M)^2}$$

$$\sqrt{mM} < \frac{m+M}{2}$$
$$8mM < 2(m+M)^2$$
$$\frac{8mM}{(m+M)^2} - 1 < 1$$

$$M = m(1+\alpha)$$

$$\cancel{\alpha^2 - 4(1+\alpha) = -\frac{\varepsilon}{m^2}}$$

$$\varepsilon = 4m^2\left[1+\alpha - \frac{\alpha^2}{4}\right]$$

$$\frac{\alpha^2 - 4(1+\alpha)}{(2+\alpha)^2} = 1+\delta$$

$$\cancel{\alpha^2} - 4 - 4\alpha - 4 - \cancel{\alpha^2} - \cancel{4\alpha} = (2+\alpha)^2\delta$$

$$\delta = -4\frac{1+\alpha}{(2+\alpha)^2}$$

$$= -\frac{1+\alpha}{\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$

$$0 < \delta < 1$$

zatem zmniejsza się więc odchylenie przeciętne

$m_1c_1^2 = m_2c_2^2$ itd. zatem $pV = \frac{mc^2}{3}(N_1 + N_2 + \dots)$

więc ponieważ $\frac{mc^2N_1}{3} = pV = \frac{mc^2N_2}{3}$

wynika prawo Avogadra

Lamberta ..

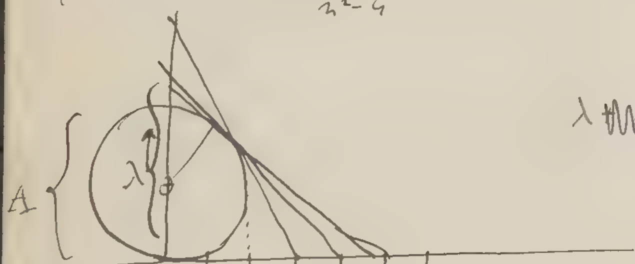
Ważność prawa Kirchhoffa fosfor., lumin., elektr. etc.

Analiza widmowa i cieplna (bolometr. lub phosphorogr. przy świetle fosf.)

Dokładne pomiary pierwiastków tylko w części widomej oprócz [illegible] etc.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{A}\left[1 - \frac{4}{n^2}\right] \qquad A = 3647$$

.. wzór: $\lambda = A\,\dfrac{n^2}{n^2-4}$ $\qquad n = 3 -$



$$\lambda^2 : a^2 = \left(n\frac{a}{2}\right)^2 + (\lambda+a)^2 : \left(n\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\lambda^2 - a^2 : a^2 = (\lambda+a)^2 : \left(n\frac{a}{2}\right)^2$$

$$(\lambda^2 - a^2)\left(\frac{n^2}{4}\right) = (\lambda+a)^2$$

$$\cancel{(\lambda - a)\frac{n^2}{4} = \lambda + a}$$

$$(\Lambda - 2a)\frac{n^2}{4} = \Lambda$$

$$\Lambda = \frac{2a\,\frac{n^2}{4}}{\frac{n^2}{4} - 1} = 2a\,\frac{n^2}{n^2-4}$$

$$\frac{1}{\lambda} = A + \frac{B}{n^2} + \frac{C}{n^4} \qquad \text{Kayser Runge}$$

$$\frac{1}{\lambda} = A + \frac{B}{(n+\mu)^2} \qquad \text{Rydberg}$$

Lepiej używać wyrażenia zamiast h: $\alpha = \frac{1}{h}$ = prędkość najczęstsza

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \xi e^{-h^2\xi^2} d\xi = 0 \quad \text{etc.}$$

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} A e^{-h^2(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta = A\left(\frac{\sqrt{\pi}}{h}\right)^3 = N \qquad A = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3$$

ilość ruchu

$$\cancel{N\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 \iiint (\xi^2+\eta^2+\zeta^2) e^{-h^2(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta}$$

$$\int \xi^2 e^{-h^2\xi^2} d\xi = \frac{\xi}{-2h^2} e^{-h^2\xi^2} + \frac{1}{2h^2}\int e^{-h^2\xi^2} d\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{2h^3}$$

ilość cząsteczek o prędkości c w jakimkolwiek kierunku: $\int e^{-h^2c^2} d\xi\, d\eta\, d\zeta =$ nad ~~powierzchnią~~ kulistą

$c \quad dc$

$$N\, 4\pi c^2 dc \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 e^{-h^2c^2}$$

otrzymujemy także

$$\int_0^{\infty} = 4\pi N \frac{h^3}{\sqrt{\pi}^3} \underbrace{\int_0^{\infty} c^2 e^{-h^2c^2} dc}_{= \frac{\sqrt{\pi}}{4h^3}} = N$$

Gęstość $= \frac{dn}{dc} = 4\pi c^2 e^{-h^2c^2} \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3$

$$\frac{d}{dc} = 4\pi \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 \left[2c - 2c^3h^2\right] e^{-h^2c^2} = 0 \qquad c^2h^2 = 1 \qquad c = \frac{1}{h}$$

Również

$$\overline{\xi^2} = \frac{\cancel{N}}{\cancel{N}}\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 e^{-h^2(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta =$$

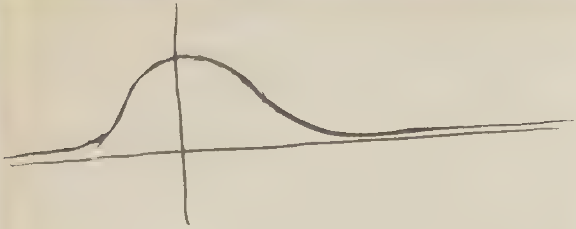
$$= \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^3 \frac{\sqrt{\pi}}{2h^3} \frac{\sqrt{\pi}}{h} \frac{\sqrt{\pi}}{h} = \frac{1}{2h^2} = \frac{\overline{c}^2}{3}$$

Zatem wprowadzając tę średnią prędkość

$$\cancel{h^2} = \frac{3}{2\overline{c}^2} \qquad \alpha = \overline{c}\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$pV = \frac{Nmc^2}{3}$$

$$p = \rho\frac{\overline{c}^2}{3} \qquad \frac{p}{\rho} = R\theta = \frac{\overline{c}^2}{3} = \overline{\xi^2} = \frac{1}{2h^2}$$



$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$

Nieregularności ale pewne prawidłowości

Podobnie w teorji gazów :

prawdop. $\xi d\xi \sim e^{-\alpha\xi^2} d\xi$

$\xi; \eta; \zeta$ ----

$\xi+d\xi; \eta+d\eta; \zeta+d\zeta$ $\quad A e^{-\alpha(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} d\xi\, d\eta\, d\zeta$

Najprawdop. wartość dla ξ: $\frac{\partial}{\partial\xi}(e^{-\alpha\xi^2}) = -2\alpha\xi e^{-\alpha\xi^2} = 0$

$\xi = 0$

ale wtedy też będzie równocześnie $\eta, \zeta = 0$

$u_1 du_2 + u_2 du_1 + \dots = U_1 dU_2 + U_2 dU_1 + \dots$

$u_1 du_1 + u_2 du_2 =$

$u_1(du_2 - du_1) + \dots =$

$U_1^2 - u_1^2 + \dots + (U_2^2 - u_2^2) \dots = 0$

$U_1 - u_1 = -(U_2 - u_2)$

$(U_1 + u_1 + U_2 + u_2) U_2 - u_2$

α = najprawd. prędk.

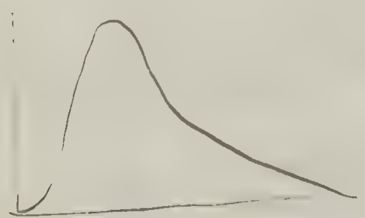
$$\frac{1}{(\alpha\sqrt{\pi})^3} e^{-\frac{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}{\alpha^2}} d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

$$\bar{c} = \alpha\sqrt{\frac{3}{2}}$$

dla tlenu 0°

$\bar{c} = 461$ m

$\alpha = 377$



0–100	100–200	200–300	3–400	4–500	5–600	6–700	> 700
$\frac{13}{1000}$	$\frac{81}{1000}$	166	214	202	151	91	76

Średnia prędkość uśrednienie zwyczajnie $\int v\, p\, dv$ $\sqrt{\int v^2 p\, dv}$

$$\int \cancel{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\, e^{-\frac{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}{\alpha^2}}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta \qquad \alpha = \frac{3Km}{2}$$

$$n\frac{mc^2}{3} = p$$

$$\frac{mc^2}{2}\,\frac{2}{3}\,\frac{n}{m} = \frac{mc^2}{2}\,\frac{2}{3}\,\frac{\varrho}{m} = p$$

$$1 = \frac{2}{3RTm}\,\frac{mc^2}{2}$$

$$\frac{mc^2}{2} = \frac{3RTm}{2}$$

$$\alpha^2 = \frac{2}{3} c^2$$

$$\frac{mc^2}{2} = \alpha T$$

$$\alpha^2 = \frac{2}{3}\,\frac{2\alpha T}{m} = \frac{4}{3}\,\frac{3R\cancel{m}}{2}\,\frac{T}{\cancel{m}} = 2RT$$

$$\frac{1}{\sqrt{2RT\pi}^{\,3}}\, e^{-\frac{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}{2RT}}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

Lucretius mrzonki filozoficzne

Boscovich D. Bernoulli etc.

Krönig 1856

Clausius 1857

Maxwell 1860

1866, 1879

Boltzmann

Van der Waals

Waterston 1845

Herapath 1821

D. Bernoulli 1738

Clausius Mech. Wärmetheorie III Theil

O E Meyer spopularyzował

Kirchhoff Wärme

Boltzmann

Jäger Winkelmann Encyklopädie

Weinstein Thermodyn. & Lorentz

Kinet. Th. d. G.

Jeans

Lang

Teorya części mechanistycznego systemu fizyki i to jego najlepszy wykończony część

Wszystko z objawy ruchu mas bezwładnych: obo ostateczny fundament Newtona praw mechaniki

Tak: mechaniczna teorya elektr., wibrac. teorya światła

Kinet. teorya cząstek materyi najprostsze prawa gazów

dlatego ta część najdalej w szczegóły wykończona

Druga zasada termodynamiki

Polemika: Energetycy: Ostwald etc.

Filozofowie: Mach, Stallo

Fizycy: rachunki nie do uchwycenia

nie trzeba się zapatrywać na fizykę

Powolny ale ciągły rozwój

użyteczność mnóstwo nowych odkryć

~~Clausius~~ Maxwell przewidział niezależność

Kundt & Warburg $\frac{c}{c} \gamma = 1.66$

Niezależność od gęstości

Hitze, Temperatur

Van der Waals'a równanie

rozmiary drobin według różnych metod, nawet elektronicznych

$$m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = F(r_{12}) \frac{x_2-x_1}{r_{12}}$$

$$= X_1 \qquad \Big| \; dx_1$$

$$m_1 \frac{d^2y_1}{dt^2} = Y_1 \qquad \Big| \; dy_1$$

$$m_1 \frac{d^2z_1}{dt^2} = Z_1 \qquad \Big| \; dz_1$$

$$\frac{m}{2} V^2 = C_n + \int X_1 \, dx + \dots$$

$$T_1 - T_2 = \text{Praca}$$

jeżeli siły konserwatywne: $T + U = C$

$$F(r_{12}) \frac{x_2-x_1}{r_{12}} = F(r_{12}) \frac{\partial r_{12}}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \int F(r_{12})\, dr_{12}$$

$\sum$ [illegible]

Jeżeli można znaleźć taką funkcję że $X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}$ etc.

Ale to nie zawsze możliwe; w każdym razie możemy jeżeli siły funkcjami odległości mas

ale nie możemy jeżeli funkcjami [illegible]

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = X \qquad \Big| \; dx \qquad\qquad U + m\frac{v^2}{2} = \text{const}$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = Y$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = Z$$

$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}$ w ogóle inaczej nie możliwe

---

Więc system w którym tylko siły konserwatywne: zachowuje energię

Specjalny ~~system~~ przykład: system bez sił ale z więzami sztywnymi; [Hertz, Helmholtz]

zatem jeżeli nie ma sił niekonserwatywnych

~~Jeżeli zatem hipoteza że wszystko da się wytłumaczyć~~

Można siły konserwatywne skonstruować mechanicznie na podstawie bez [illegible]

Regulator centryfugalny działa tak jak sprężyna | Thomson gyrostatic etc. Wirbelatome

Sprężyk; wąż gumowy od sikawki gdy woda przepływa

Kinetyczna teorya ~~gazów~~ materyi dotychczas doszła do ilościowych ~

tylko dla gazów

Zamierza wytłumaczyć wszystkie (fizyczne) własności (gazów) materyi na podstawie mechanicznego

mechanizmu. System mechanistyczny

Trzy systemy dotychczas opracowane: mechaniczny, elektr., termodynam.

zależnie od tego czy staramy się sprowadzić właściwie wszystkie zjawiska do mech. el. term.

<u>Naj dalej wytworzony mechaniczny.</u>

Jego podstawą przyjęcie atomów masowych i m (masa i ruch)

Teorya atomist. znajduje się u różnych filozofów poczynając od Lucretiusa

Byłoby jednak śmiesznością uważać L. jako twórcę t. at. / to był tylko

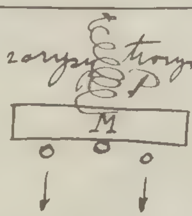
system. filoz. nie tłomaczący nic, więc bezcelowy i niesprawdzony

Dopiero D. Bernoulli 1752 jako t. fizyczną, a właściwy twórca w dzisiejszej postaci

Clausius 1857 i Maxwell 1860 / musiało to być dopiero po rozwinięciu termodynam.

Pierwotne zarysy teoryi

Przykład:



Cząstka płyty M

W pewnej chwili uderza m kulka sprężysta w swym środku

w każdej chwili zderzenia siła (actio i reactio)

$$M\frac{d^2X}{dt^2} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

jeżeli to trwa krótki czas tylko to $\int_0^\tau dt$

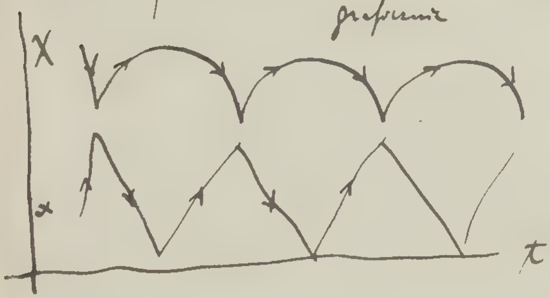
$$M\left(\frac{dX_1}{dt}-\frac{dX_0}{dt}\right) = m\left(\frac{dx_1}{dt}-\frac{dx_0}{dt}\right)$$

Chcemy teraz znać tak własności siły

$$M(C_1-C_0) = m(c_1-c_0)$$

$$M\frac{d^2X}{dt^2} = P$$

$$M\frac{dX}{dt}\Big| = Pt\Big| \qquad \cancel{P(t_1 - t_0) = m(c_1 - c_0)}$$



Jeśli teraz tak urządzimy że zawsze z tą samą prędkością się spotykają

$$\underbrace{\cancel{2}MC}_{=P\tau} = \cancel{2}mc$$

$$\tau = \frac{2l}{c}$$

$$P = \frac{2mc}{\tau} = \frac{mc^2}{l}$$

Gdyby teraz było n takich kulek to ciśnienie równoważące musiałoby być nmc^2

Drgania będą oczywiście tem mniejsze im mniejsze τ (im większe c)

Elongacja : $\frac{1}{2}\frac{P}{M}\left(\frac{\tau}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{P}{M}\left(\frac{l}{c}\right)^2 =$

wszystko jedno czas mniejszy ... tylko prędkość c ---

drgania niewidzialne

Cóż jeśli pod nachyleniem ?

Dajmy na to 1 cm³

Wtedy tylko składowa prędkości wchodzi w rachubę

p (na 1 cm²) $= \mathfrak{N} m \xi^2$

$= \mathfrak{N}\frac{mc^2}{3}$

n = ilość

$c^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$

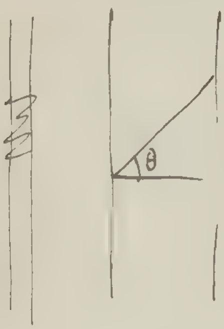
podzielmy ...

$\overline{c^2} = 3\overline{\xi^2}$

~~N = całkowita ilość~~ = n

Dokładniej :

Mając gaz między dwiema ściankami w odległości l, z których każda [illegible]



$$P = \int N m c^2 \frac{\cos^2\theta}{l} \cdot \frac{\sin\theta \, d\theta \cdot 2\pi}{2\pi}$$

$$= \frac{N}{l} m c^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{\cos^2\theta \sin\theta \, d\theta}_{\frac{\cos^3\theta}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{N}{l} m \frac{c^2}{3}$$

$$P = O p$$

$$O p l = \underline{\underline{N m \frac{c^2}{3} = p V}}$$

Mając $V = 1$ $\qquad p = \frac{n m c^2}{3}$

Z najnowszych badań fizyczno chemicznych

$$\bar{E} = n V \frac{m c^2}{2} = M \frac{c^2}{2} (1+\beta)$$

$$RT$$

$$\frac{d\bar{E}}{M\, dT} = \frac{\frac{d(c^2)}{2}(1+\beta)}{\frac{d(c^2)}{3R}}$$

$$\frac{m c^2}{2} = \frac{3 m}{2} \frac{c^2}{3} = RT \frac{3m}{2} = \alpha T$$

$$R\, dT = \frac{d(c^2)}{3}$$

$$\alpha = \frac{3 m R}{2}$$

$$c_v = \frac{3R}{2}(1+\beta)$$

$$\delta\psi = c\, dT + p\, dv$$

$$c_p = c_v + R = c_v \left(1 + \frac{3}{2}(1+\beta)\right)$$

$$\kappa = \frac{1 + \frac{3}{2}(1+\beta)}{\frac{3}{2}(1+\beta)} = \frac{5+3\beta}{3+3\beta} = 1 - \frac{2}{3(1+\beta)}$$

$$p = n \frac{m c^2}{3} \frac{dT}{T} \qquad \frac{\partial v}{\partial T} = \frac{R}{p}$$

$$p\, dv = p \frac{\partial v}{\partial T} dT$$

$$= R\, dT =$$

$$\bar{c^2} = 3RT$$

$$2L = \alpha_1 q_1^2 + \alpha_2 q_2^2 + \dots + \alpha_n q_n^2$$

$$\frac{\overline{\alpha_1 q_1^2}}{2} = \frac{\overline{\dots^2}}{2} = \dots = \frac{\overline{\dots}}{2}$$

$$e^{-h\left(U + \frac{1}{2}(q_1^2 + q_2^2 + \dots q_n^2)\right)} dp_1\, dp_2 \dots dp_n\, dq_1\, dq_2 \dots dq_n$$

$$\alpha = \frac{3}{2 \dots}$$

$$f = \cancel{\ \ } n a\, e^{-\frac{v^2}{2RT}} \cancel{\ \ }$$

$$\log f = \cancel{-\tfrac{3}{2} \log 2RT} \log a - \frac{v^2}{2RT}$$

$$\int f \log f\, dw = \cancel{-\tfrac{3}{2} \log 2RT} - \underbrace{\frac{1}{2RT}\, \bar{c}^2}$$

$$n \left[\log a n \quad - \tfrac{3}{2} \right]$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2RT}^{\,3}}$$

$$n \log \frac{\varrho}{T^{3/2}}$$

$$\frac{n m \bar{c}^2}{3} = p$$

$$\bar{c}^2 = \frac{3p}{nm} = \frac{3p}{\rho} = 3RT$$

$$\ldots e^{-\frac{\ldots}{\ldots}}$$

$$a \sqrt{\pi \ldots}^{\,3} = 1$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{\pi \ldots^2}^{\,3}}$$

$$\ldots^2 = \ldots \bar{c}^2$$

$$p = \frac{RT}{v}$$

~~$\log v = \log R + \log T - \log p$~~

$$\int \frac{c\, dT + Ap\, dv}{T} = c \log T + \frac{AR}{\ldots} \log v = c \log T - AR \log \rho$$

$$c_p = c + AR = \tfrac{5}{3} c$$

$$AR = \tfrac{2}{3} c$$

$$= \left[\tfrac{3}{2} \log T - \log \rho \right] AR$$

$$= AR \log \frac{T^{3/2}}{\rho}$$

Energja wewnętrzna: $U = \frac{Nm}{2}\bar{c}^2$

$c_v = \frac{dU}{dT}$ $\quad c_p = \frac{dU + Ap\,dV}{dT}$

$c_p - c_v = c_v(k-1) = AR = c_p(1-\frac{1}{k})$

powietrze c_p 0·238

$\frac{Nm\bar{c}^2}{3} = pV = RT$

$dU = \frac{Nm}{2}\, d(\bar{c}^2)$

$d(\bar{c}^2) = 3\frac{R\,dT}{Nm}$

$\frac{dU}{dT} = \frac{3}{2}AR = c_v$

$\frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{3}{2}+1}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{3}$

$p\,dV = R\,dT$

$\frac{dU}{dT} + Ap\frac{dV}{dT} = \left(\frac{3}{2}+1\right)RA = c_p$

Luft 0·2375
Hg 0·0246
H_2 3·41
O_2 0·2175
N_2 0·2438

W ogólnym przypadku: $U = U_1 + U_2 = \frac{n}{3}U_1$

$U = (1+\beta)\frac{Nm\bar{c}^2}{2}$

$c_v = \frac{3}{2}(1+\beta)AR$

$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{3(1+\beta)}$

$R = \frac{H}{\omega}$

$1 - \frac{1}{5} =$

$\beta = \frac{2}{3}$ $\quad \frac{c_p}{c_v} = 1{\cdot}4$

Energja drobinowa

$n = 3+2$

$\beta = 1$ $\quad \frac{c_p}{c_v} = 1{\cdot}33$

$n = 3+3$

1·4: O_2 N_2, A_2, CO, HCl, NO, HJ

Cl_2: 1·33 $\quad Br_2$, J_2: 1·29

CO_2 1·28 (100°) – 1·31 (0°)

N_2O 1·28 – 1·31

H_2O: 1·28

$(C_2H_5)_2O$: 1·03

P_4 (300°): 1·18

CH_4 1·32

1·20 : CH_3Cl chlorek metylu

$CHCl_3$: 1·13

N_2 O_2 $\rho = 0{\cdot}0014291$

$\bar{c} = 461{\cdot}2$ m

$\alpha = 376{\cdot}6$

$v_c = 4\pi N \left(\frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}}\right)^3 \int c^2 e^{-\left(\frac{c}{\alpha}\right)^2} dc$

% c	
0 – 100 m	1·3 %
100 – 200	8·2
200 – 300	16·7
300 – 400	21·5
400 – 500	20·3
500 – 600	15·2
600 – 700	9·1
> 700	7·7
	100·0

Obliczenie tego za pomocą tablic dla $\int e^{-x^2} dx$

$$\int_0^x c^2 e^{-c^2} dc = -\frac{c}{2} e^{-c^2} + \frac{1}{2}\int_0^x e^{-c^2} dc$$

$$\int_0^x e^{-x^2} dx = x - \frac{x^3}{1.3} + \frac{x^5}{2!.5} - \frac{x^7}{3!.7} + \frac{x^9}{4!\,9}$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{e^{-x^2}}{2x}\left[1 - \frac{1}{2x^2} + 1.3\left(\frac{1}{2x^2}\right)^2 - 1.3.5\frac{1}{(2x^2)^3}\right.$$

$$\int_x^\infty e^{-x^2} dx = \int \frac{e^{-\frac{1}{z^2}}}{z^2} dz$$

$\frac{1}{x} = z$

$-\frac{dx}{x^2} = dz$

$2x\, e^{-x^2} \frac{dx}{2x}$

$$2\overline{L} = 3pV - \overline{\sum xX + yY + zZ}$$

$$\cancel{\frac{d^2}{dt^2} m \, 2x} \qquad \cancel{m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} =$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T \frac{m}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]dt = \frac{1}{T}\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}x - \int x\frac{d^2x}{dt^2}dt\right) + \dots$$

$$= \frac{1}{T}\frac{m}{2}\left(x\frac{dx}{dt}\Big|_0^T + y\frac{dy}{dt}\Big| + z\frac{dz}{dt}\Big|\right) - \frac{1}{2T}\int (Xx + Yy + Zz)\,dt$$

$$2\overline{L} + \underbrace{\sum \overset{\text{system zamknięty}}{\overline{xX + yY + zZ}}}_{= 3pv + \sum \overline{(x_k X_k + y \dots)}} = 0$$

$$X_1 = f(r_{12})\frac{x_1 - x_2}{r_{12}} + f(r_{13})\frac{x_1 - x_3}{r_{13}} + \dots$$

$$x_1 X_1 = f(r_{12})\frac{x_1^2 - x_1 x_2}{r_{12}} + \dots \qquad f(r_{12})\left[\frac{(x_1-x_2)^2}{r_{12}} + \frac{(y_1-y_2)^2}{r_{12}} + \dots\right]$$

$$x_2 X_2 = f(r_{12})\frac{x_2^2 - x_1 x_2}{r_{12}} + \dots \qquad = f(r_{12})\, r_{12}$$

tylko w obrębie fizycznych sił

$$pV = \underbrace{\frac{2}{3}\overline{L}}_{\frac{2}{3}n\alpha T} + \underbrace{\frac{1}{3}\sum r f(r)}_{\text{dla sił z dotknięcia wewnętrznych} = 0} \qquad L = \frac{\sum mc^2}{2}$$

Siły przyciągające, odpychające, van der Waals etc.

$$pv < p_0 v_0$$

$$v < \frac{p_0 v_0}{p}$$

Statystyczne rachunki, prawdopodobieństwo

I). Trudności: ... równie możliwe

kostka 1, 2, 3

albo 2 ... na dwa razy

	1 3		
	2 2		$\frac{3}{36}$
	3 1		

Trudności: czy niezależne zdarzenia

wyciągamy kule z urny

albo ... napowiedź ...

a a b b

a b b a

1). $\frac{\frac{n}{2}}{n} = \frac{1}{2}$

2). $\frac{\frac{\frac{n}{2}-1}{n-1} + \frac{\frac{n}{2}}{n-1}}{2} = \frac{1}{2}$ jeśli się nie wie jaka była pierwsza

2') $\frac{\frac{n}{2}-1}{n-1}$ jeśli się przyjmuje jako dane że pierwsza była ...

$\Delta_1 = x - a_1 \quad \Delta_2 = x - a_2 \ldots$

$W = \varphi(\Delta_1)\varphi(\Delta_2)\ldots$

$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{\varphi(\Delta_1)}\frac{\partial \varphi(\Delta_1)}{\partial x} + \ldots = \underbrace{\sum \frac{1}{\varphi(\Delta_i)}\frac{d\varphi(\Delta_i)}{d\Delta_i}}_{f(\Delta_i)}$

$\frac{\partial \varphi(\Delta_i)}{\partial x} = \frac{d\varphi(\Delta_i)}{d\Delta_i}\frac{\partial \Delta_i}{\partial x} = \frac{d\varphi(\Delta_i)}{d\Delta_i}$

$f(\Delta_1) + f(\Delta_2) + \ldots \quad f(\Delta_n) = 0$

$\Delta_1 + \Delta_2 + \ldots \quad \Delta_n = 0$

$f'(\Delta_1)\,d\Delta_1 + f'(\Delta_2)\,d\Delta_2 + \ldots \quad f'(\Delta_n)\,d\Delta_n = 0$

$d\Delta_1 + d\Delta_2 + \ldots \quad d\Delta_n = 0$

możliwe tylko, z powodu niezależności $d\Delta_1, d\Delta_2 \ldots$ jeśli

$f'(\Delta_1) = f'(\Delta_2) \ldots = \mathrm{const}$

$\frac{df(\Delta)}{d\Delta} = k$

$f(\Delta) = k\Delta + c_1 = \frac{\partial \lg \varphi}{\partial \Delta}$ $c_1 = 0$

$\varphi(\Delta) = Ae^{k\frac{\Delta^2}{2}}$ $\int \varphi\, d\Delta = 1$ $\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}$

prawdopodobieństwo ... przyczyny ... tak że ...

prawdop. zdarzenia $w = 0$, pewnego $w = 1$, $w + w' = 1$

prawdop. ... z X ...

Silnik

$$m\frac{du}{dt} = X$$

$$\frac{d}{dt}(m u x) = m u^2 + m x \frac{du}{dt}$$

$$= m u^2 + x X$$

$\int dt \ldots$

$$m u_2 x_2 - m u_1 x_1 =$$

$$\frac{m u_2 x_2 - m u_1 x_1}{\tau} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau m u^2 dt + \frac{1}{\tau}\int_0^\tau x X dt$$

$$= m\overline{u^2} + \overline{xX}$$

Jeśli system skończony t.zn. że ani x ani u = ∞

$$\begin{cases} m_1\overline{u_1^2} + \overline{x_1 X_1} = 0 \\ m_2\overline{u_2^2} + \overline{y_2 X_2} = 0 \\ \ldots \end{cases}$$

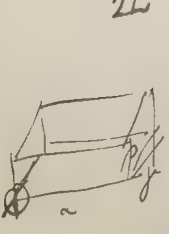
$$\underbrace{\sum m\overline{c^2}}_{2L} + \sum \overline{(xX + yY + zZ)} = 0$$

dodatni odpychające

$$X_1 = \Xi_1 + \frac{x_1 - x_2}{r_{12}} f(r_{12}) + \frac{x_1 - x_3}{r_{13}} f(r_{13}) + \ldots$$

$$2L + \sum \overline{(x_h \Xi_h + y_h H_h + z_h Z_h)} + \sum\sum r_{hk} f(r_{hk}) = 0$$

$$2L + W_a + W_i = 0$$



$= \Sigma\, p\, dy$

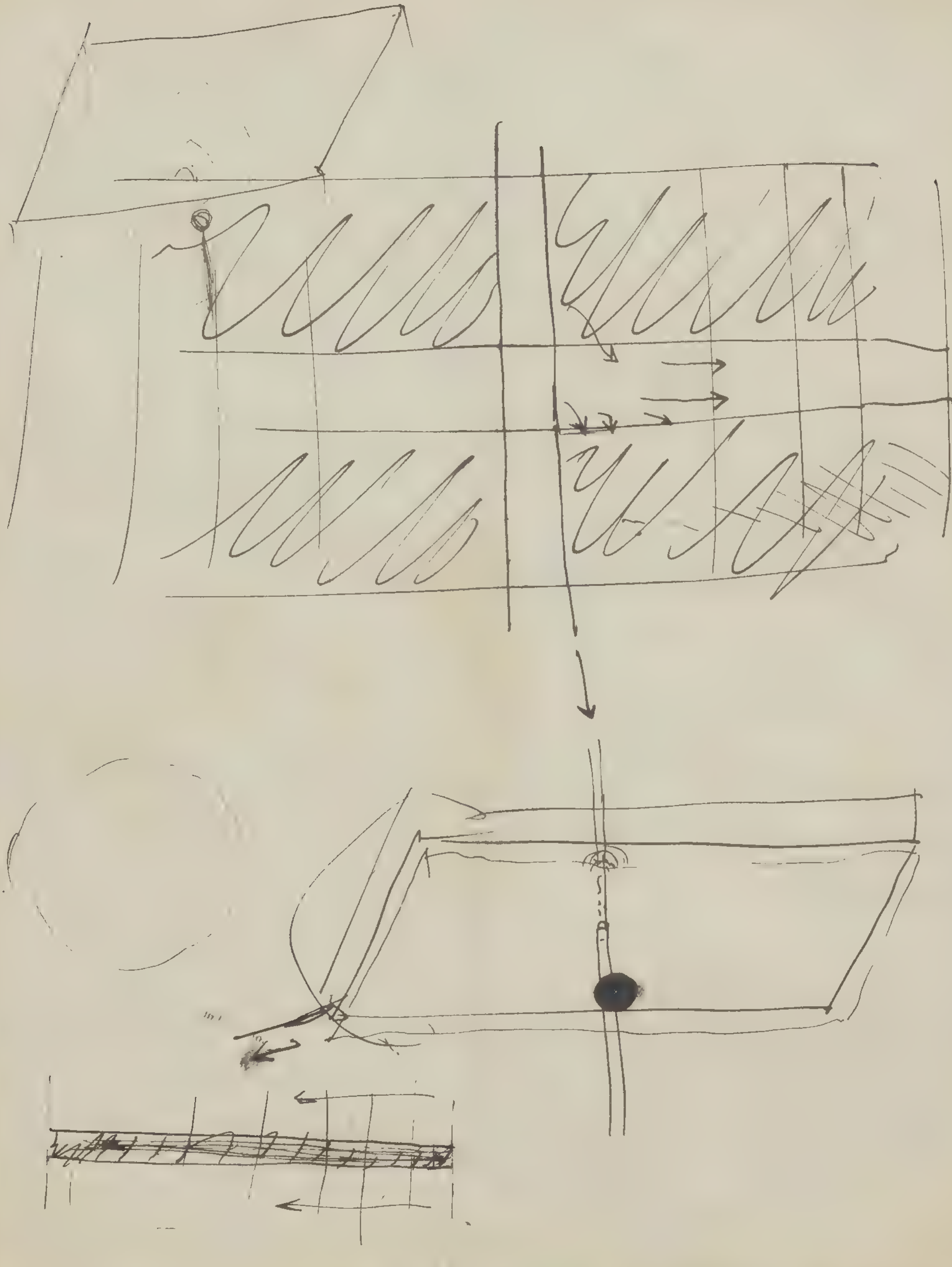
$- 3 p\, dy = -3 pV$

$$pV = \frac{2}{3}L + \frac{1}{3}\sum\sum r f(r)$$

$$= \frac{N m\overline{c^2}}{3} + \frac{1}{3}\sum\sum r f(r)$$

przy danej temp. i N; jeśli $pV >$ ... odpych. [przyciąg...]

$pV <$ ... przyciąg.



Objętość v cm^3

Jedna drobina wobec innych posiada prawdop. leżenia w odległości $\sigma \ldots \sigma+\delta$

$$\frac{4\pi\sigma^2\delta\, n v}{v}$$

Ilość par drobin w odległości $\sigma \ldots \sigma+\delta$ = $\frac{4\pi\sigma^2 n^2\delta}{2}$

gdyby nie było sił odpychających

Siły odpychające zmieniają e^{-hU} $\qquad h = \frac{3}{mc^2}$

$nv = \frac{1}{m}$

$nm = \frac{1}{v}$

$$U = \int_r^\infty f(x)\,dr$$

$$2\pi\sigma^2 n^2 v \int_\sigma^\infty dr\; r f(r)\; e^{-h\underbrace{\int_r^\infty f(r)\,dr}_{x}}$$

$$= -2\pi\sigma^3 n^2 v \int_\infty^0 e^{-hx}\,dx = \frac{2\pi\sigma^3 n^2 v}{h} = \frac{2\pi\sigma^3 n^2 v\, m c^2}{3} = b\, n^2 m^2 c^2 v$$

$$b = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sigma}{2}\right)^3 \cdot 4\,\frac{nv}{1} = \frac{2\pi\sigma^3}{3m}$$

$$= \frac{b\,c^2}{v}$$

$$pv + \frac{a}{v} = RT\left(1+\frac{b}{v}\right)$$

$c^2 = 3RT$

$2L = 3pV - W \ldots$

$$\nabla^2 \, r^2 [a_0 x^n + a_1 x^{n-1} y + \cdots]$$

$$= \nabla^2 r^2 [n a_0 x^{n-1} + a_1 (n-1) x^{n-2} y + \cdots]$$

$$\nabla^2 (r^2 x^m) = \nabla^2 (x^{m+2} + x^m y^2 + x^m z^2)$$

$$= (m+2)(m+1) x^m + m(m-1) x^{m-2} y^2 + 2x^m + m(m-1) x^{m-2} z^2 + 2x^m$$

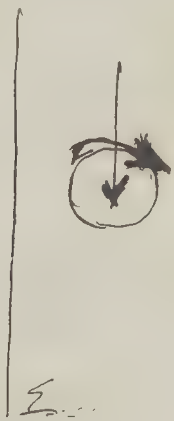
$$= x^m [(m+2)(m+1) + 4] + m(m-1) x^{m-2} \underbrace{(y^2 + z^2)}_{r^2 - x^2}$$

$$= x^m [\underbrace{(m+2)(m+1) + 4 - m(m-1)}] + m(m-1) x^{m-2} r^2$$

$$\cancel{m^2} + 3m + 2 + 4$$

$$-\cancel{m^2} + m$$

$$4m + 6)$$



$\Omega = 0$

$\omega = .$

$$2L = 3pV - \quad \Sigma \ldots$$

$$\frac{\cancel{2}\, n\, m c^2}{r} = 3pv - bc^2$$

$$pv = \frac{c^2}{3} ($$